

Lecture V: Magnetic Anisotropy and Domains

Yu-Jun Zhao



South China University of Technology



磁晶各向异性与磁致伸缩

- 一、磁晶各向异性
- 二、磁晶各向异性常数的测量方法
- 三、磁晶各向异性的机理
- 四、磁致伸缩
- 五、磁致伸缩的机理

一、磁晶各向异性

在磁性物质中，自发磁化主要来源于自旋间的交换作用，这种交换作用本质上是各向同性的，如果没有附加的相互作用存在，在晶体中，自发磁化强度可以指向任意方向而不改变体系的内能。实际上在**磁性材料中**，自发磁化强度总是处于一个或几个特定方向，该方向称为**易轴**。当施加外场时，磁化强度才能从易轴方向转出，此现象称为**磁晶各向异性**。

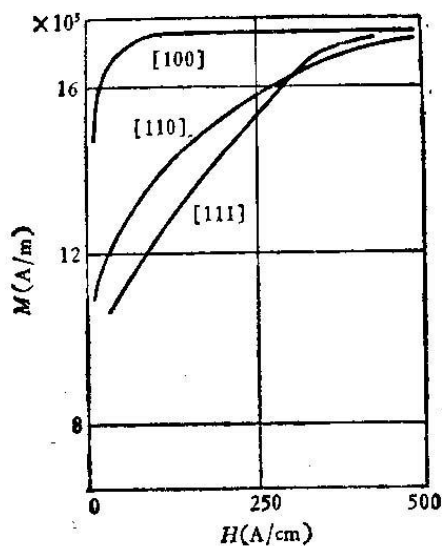


图 7.3 Fe 的单晶体在不同主晶轴上的磁化曲线。

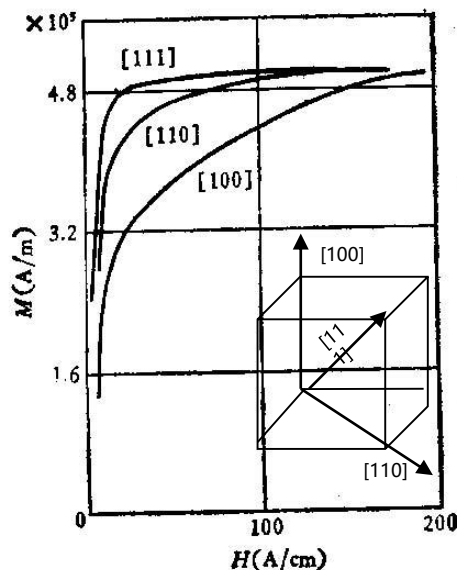


图 7.5 Ni 的单晶体在不同主晶轴上的磁化曲线。

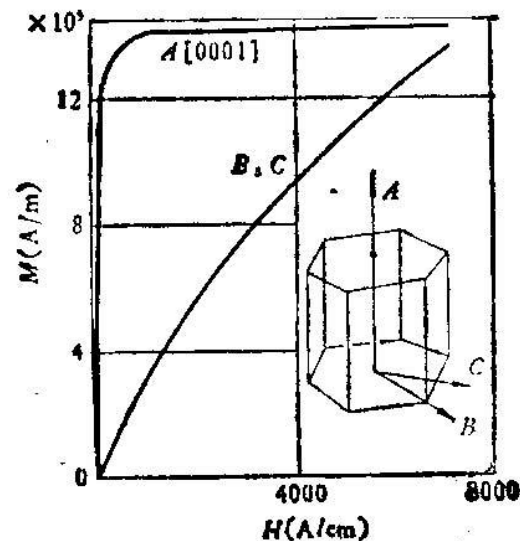


图 7.4 Co 的单晶体在不同主晶轴上的磁化曲线。

1、立方晶系的磁晶各向异性

A.磁晶各向异性能：

立方晶系各向异性能可用磁化强度矢量相对于三个立方边的方向余弦($\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$)来表示。在该类晶体中，由于高对称性存在很多等效方向，沿着这些方向磁化时，磁晶各向异性能的数值相等。从图中看到，在位于八分之一单位球上的点 A_1 、 A_2 、 B_1 、 B_2 、 C_1 、 C_2 所表示的方向上，各向异性能数值均相等。由于立方晶体的高对称性，各向异性能可用一个简单的方法来表示：将各向异性能用含 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ (方向余弦)的多项式展开。因为磁化强度矢量对任何一个 α 改变符号后均与原来的等效，表达或中含 α 的奇数次幂的项必然为0。

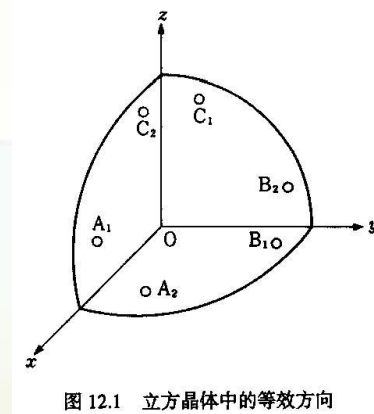
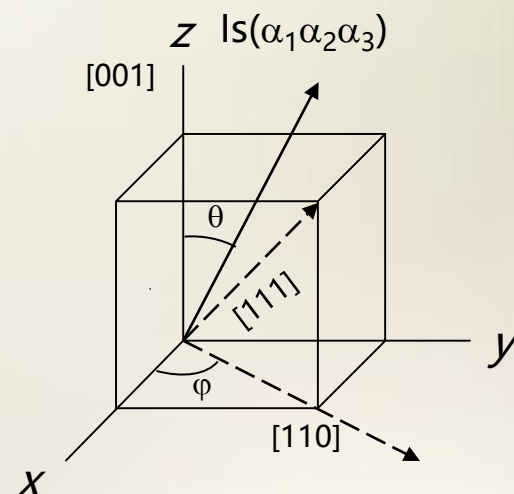


图 12.1 立方晶体中的等效方向

又由于任意两个 α 互相交换，表达式也必须不变，所以对任何 l 、 m 、 n 的组合及任何 i 、 j 、 k 的交换， $\alpha_i^l \alpha_j^{2m} \alpha_k^{2n}$ 形式的项的系数必须相等。因此，第一项 $\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2 = 1$ 。因此 E_A 可表示为

$$\alpha_1 = \sin \theta \cos \varphi \quad \alpha_2 = \sin \theta \sin \varphi \quad \alpha_3 = \cos \theta$$

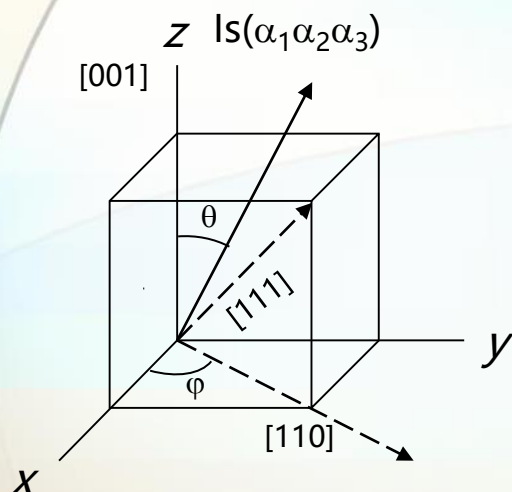


$$E_A = K_1(\alpha_1^2\alpha_2^2 + \alpha_2^2\alpha_3^2 + \alpha_3^2\alpha_1^2) + K_2\alpha_1^2\alpha_2^2\alpha_3^2$$

$$\alpha_1 = \sin \theta \cos \varphi \quad \alpha_2 = \sin \theta \sin \varphi \quad \alpha_3 = \cos \theta$$

$$E_A = K_1 \sin^2 \theta + \left[\frac{1}{4}(K_1 + K_2) \sin^2 2\varphi - K_1 \right] \sin^4 \theta - \frac{K_2}{4} \sin^2 2\varphi \sin^6 \theta$$

K_1, K_2 分别为磁晶各向异性常数，求几个特征方向的各向异性能，



$$[100] : \alpha_1=1, \alpha_2=0, \alpha_3=0 \quad E_A=0$$

$$[110] : \alpha_1=0, \alpha_2=\alpha_3=1/\sqrt{2} \quad E_A=K_1/4$$

$$[111] : \alpha_1=\alpha_2=\alpha_3=1/\sqrt{3} \quad E_A=K_1/3+K_2/27$$

立方晶系各向异性

Fe: $K_1=4.72 \times 10^4 \text{ Jm}^{-3}$
 $K_2=-0.075 \times 10^4 \text{ Jm}^{-3}$

Ni: $K_1=-5.7 \times 10^3 \text{ Jm}^{-3}$
 $K_2=-2.3 \times 10^3 \text{ Jm}^{-3}$

K_1, K_2	$K_1 > 0$ $K_1 > -\frac{1}{9}K_2$	$0 > K_1 > -\frac{4}{9}K_2$	$K_1 < -\frac{4}{9}K_2, K_1 < 0$ $K_1 < -\frac{4}{9}K_2, K_1 > 0$
易磁化方向	$\langle 100 \rangle$	$\langle 110 \rangle$	$\langle 111 \rangle$
各向异性能	0	$\frac{1}{4}K_1$	$\frac{1}{3}K_1 + \frac{1}{27}K_2$
各向异性场 H_A	$\frac{2K_1}{I_s}$	(100): $-2K_1/I_s$ (110): $\left(K_1 + \frac{1}{2}K_2\right)/I_s$	$-\frac{4}{3}\left(K_1 + \frac{1}{3}K_2\right)/I_s$

附录：

$$E_A = (\alpha \text{ 的 0 次项 }) + (\alpha \text{ 的一次项 }) + (\alpha \text{ 的二次项 }) + \dots$$

a) α 的 0 次项 $\alpha^0 = 1$, 对应于 K_0 。

b) α 的一次项是奇数项不考虑, 为 0 (对应于 K_0)。

c) α 的二次项: $a_1\alpha_1^2 + a_2\alpha_2^2 + a_3\alpha_3^2 = a(\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2)$ (对六角晶系要考虑二次项)

d) α 的四次项为:

$$\alpha_1^4 + \alpha_2^4 + \alpha_3^4, \quad \alpha_1^2\alpha_2^2 + \alpha_2^2\alpha_3^2 + \alpha_3^2\alpha_1^2$$
$$(\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2)^2 = 1 = \alpha_1^4 + \alpha_2^4 + \alpha_3^4 + 2(\alpha_1^2\alpha_2^2 + \alpha_2^2\alpha_3^2 + \alpha_3^2\alpha_1^2)$$
$$\alpha_1^4 + \alpha_2^4 + \alpha_3^4 = 1 - 2(\alpha_1^2\alpha_2^2 + \alpha_2^2\alpha_3^2 + \alpha_3^2\alpha_1^2)$$

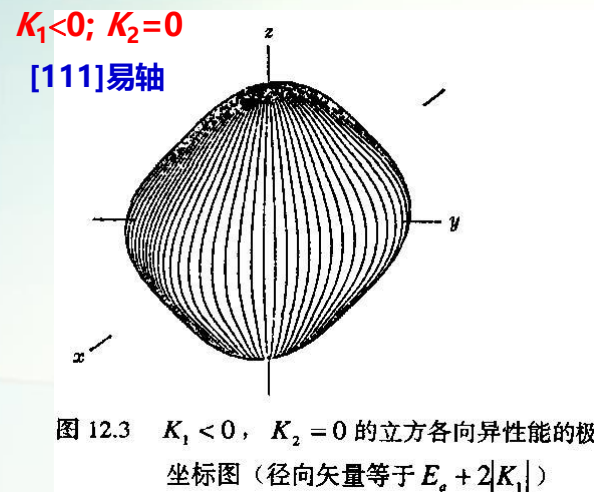
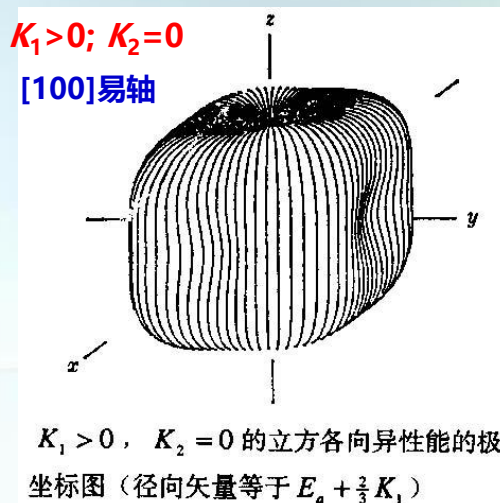
e) α 的六次项为:

$$\alpha_1^6 + \alpha_2^6 + \alpha_3^6, \quad \alpha_1^2\alpha_2^2\alpha_3^2, \quad \alpha_1^2\alpha_2^4 + \alpha_2^2\alpha_3^4 + \alpha_3^2\alpha_1^4 + \alpha_1^4\alpha_2^2 + \alpha_2^4\alpha_3^2 + \alpha_3^4\alpha_1^2$$
$$\alpha_1^6 + \alpha_2^6 + \alpha_3^6 = \alpha_1^2\alpha_2^2 + \alpha_2^2\alpha_3^2 + \alpha_3^2\alpha_1^2 - 3\alpha_1^2\alpha_2^2\alpha_3^2$$

$$\text{第三项} = \alpha_1^2\alpha_2^2(\alpha_1^2 + \alpha_2^2) + \alpha_2^2\alpha_3^2(\alpha_2^2 + \alpha_3^2) + \alpha_3^2\alpha_1^2(\alpha_3^2 + \alpha_1^2) = \alpha_1^2\alpha_2^2 + \alpha_2^2\alpha_3^2 + \alpha_3^2\alpha_1^2 - 3\alpha_1^2\alpha_2^2\alpha_3^2$$

$$\text{用到} \quad \alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2 = 1 \longrightarrow \alpha_1^2 + \alpha_2^2 = 1 - \alpha_3^2, \quad \dots$$

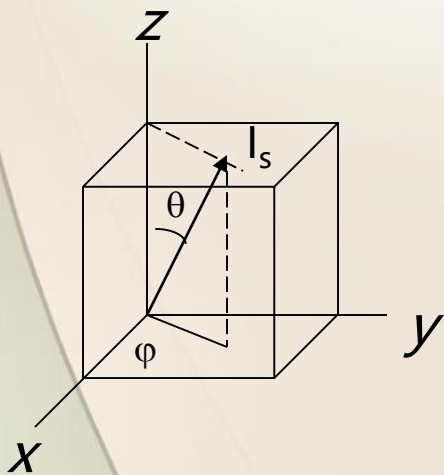
图中看到当[100]方向为易磁化轴和[111]方向为易磁化轴的各向异性性能的空间分布状况。



B. 磁晶各向异性场：

在不施加外磁场时，磁化强度的方向处在易磁化轴方向上，因此相当于在易磁化轴方向上有一个等效磁场 H_A 。

a. $\langle 100 \rangle$ 易轴



当从 z 轴转出 θ 角，由于 z 轴是易磁化轴，等效一个磁场 H_A ，这样就产生一个转矩

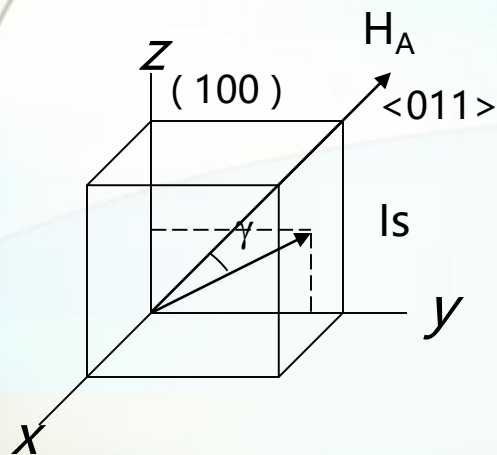
$$-I_s H_A \sin \theta = -\frac{\partial E_A}{\partial \theta}$$

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 用 θ, ϕ 来表示, 并代入 E_A , 用上式求 H_A

$$H_A = \frac{2K_1}{I_s} \left\{ \begin{array}{l} K: \text{Jm}^{-3} \quad (\text{m}^{-1} \cdot \text{kg} \cdot \text{S}^{-2}) \\ I_s: \text{T} \quad (\text{kg} \cdot \text{S}^{-2} \cdot \text{A}^{-1}) \\ K/I_s = \text{Am}^{-1} \end{array} \right\}$$

b. $\langle 110 \rangle$ 易轴：磁化强度的有利转动晶面分别是(100)和(110)面

(1) 在(100)面上, I_s 转动求 H_A

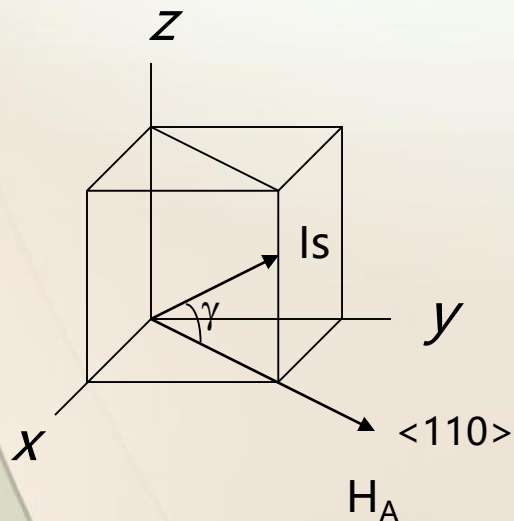


$$-I_s H_A \sin \gamma = -\frac{\partial E_A}{\partial \gamma} = \frac{K_1}{2} \sin 4\gamma$$

得到

$$H_A = -\frac{2K_1}{I_s}$$

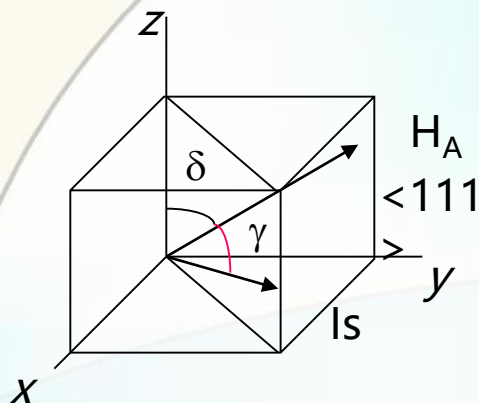
(2) 在(110)面上, I_s 从 H_A 转出 γ 角, 用转矩求 H_A



$$\begin{aligned} -I_s H_A \sin \gamma &= -\frac{\partial E_A}{\partial \gamma} = -\frac{K_1}{8} (-2 \sin 2\gamma + 3 \sin 4\gamma) \\ &\quad - \frac{K_2}{64} (-\sin 2\gamma + 4 \sin 4\gamma + 3 \sin 6\gamma) \end{aligned}$$

$$H_A = (K_1 + \frac{1}{2} K_2) / I_s$$

C. $\langle 111 \rangle$ 为易轴：



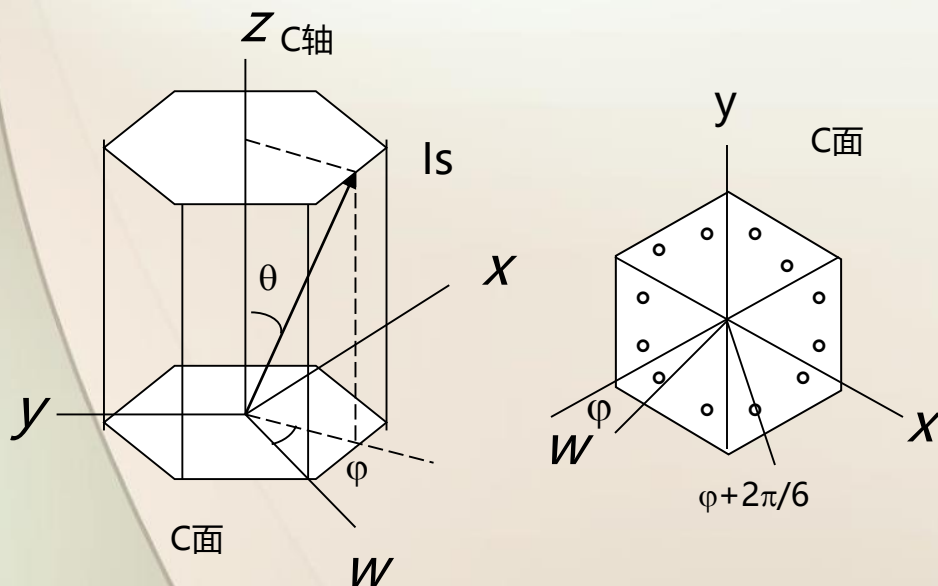
$$-I_s H_A \sin \gamma = -\frac{\partial E_A}{\partial \gamma} = \frac{K_1}{8} [2 \sin(2\delta + 2\gamma) + 3 \sin(4\delta + 4\gamma)]$$

$$- \frac{K_2}{64} [\sin(2\delta + 2\gamma) + 4 \sin(4\delta + 4\gamma) - 3 \sin(6\delta + 6\gamma)]$$

$$H_A = -\frac{4}{3} (K_1 + \frac{K_2}{3}) / I_s$$

2、六角晶系的磁晶各向异性

A、磁晶各向异性能



六角晶系的特点是在c面有六次对称轴， φ 与 $\varphi + 2\pi n/6$, ($n=0, 1, 2, \dots$)的方向体系的能量是相同的。用 θ, φ 替代 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$, 计算磁晶各向异性能

$$E_A = K_0 + K_1 \sin^2 \theta + K_2 \sin^4 \theta$$

$$+ K_3 \sin^6 \theta + K_3' \sin^6 \theta \cos 6\varphi$$

通常四次方项作为近似就足够了，因此

$$E_A = K_{u1} \sin^2 \theta + K_{u2} \sin^4 \theta + \left(K_3 \sin^6 \theta + K_3' \sin^6 \theta \cos 6\phi \right)$$

Co: $K_{u1} = 4.53 \times 10^5 \text{ Jm}^{-3}$

$K_{u2} = 1.44 \times 10^5 \text{ Jm}^{-3}$

B、磁晶各向异性场:

a. C轴为易磁化轴，用同样的处理方法

$$-H_A I_s \sin \theta = -\frac{\partial E_A}{\partial \theta} \quad \text{得到:} \quad H_A = \frac{2K_{u1}}{I_s}$$

b. c面为易磁化面时：

$$H_A = \frac{-2(K_{u1} + 2K_{u2})}{I_s}$$

单轴各向异性

K_{u1}, K_{u2}	$K_{u1} > 0$		$K_{u2} < 0$	
	$K_{u1} + K_{u2} > 0$	$K_{u1} + K_{u2} < 0$	$K_{u1} + 2K_{u2} < 0$	$K_{u1} + 2K_{u2} > 0$
易磁化方向 θ_0 ：与C轴夹角	$\theta_0 = 0$ C轴, $\uparrow$	$\theta_0 = \pi/2$ C面, $\perp$	$\sin \theta_0 = (-K_{u1}/2K_{u2})^{1/2}$ 园锥面, 	
E_A	0	$K_{u1} + K_{u2}$	$-K_{u1}^2/4K_{u2}$	
各向异性磁场 H_{A0} $H_{A\phi}$	$2K_{u1}/I_s$ 0 (C轴)	$-2(K_{u1} + 2K_{u2})/I_s$ $36 K_3 /I_s$ (C面)	$2(K_{u1}/K_{u2}) \times (K_{u1} + 2K_{u2})/I_s$ $36 K_3 \sin^4 \theta_0 / I_s$	

c. 易锥面时

$$H_A = \frac{(2K_{u1}/K_{u2})(K_{u1} + 2K_{u2})}{I_s}$$

二、磁晶各向异性常数的测量方法

转矩磁强计的原理是，当样品(片状或球状)置于强磁场中，使样品磁化到饱和。若易磁化方向接近磁化强度的方向，则磁晶各向异性将使样品旋转，以使易轴与磁化强度方向平行这样就产生一个作用在样品上的转矩。如果测量**转矩与磁场绕垂直轴转过的角度关系**，就可以得到**转矩曲线**，并由此可求得磁晶各向异性常数。

右图是用来测量转矩曲线的转矩仪。在自动转矩仪研制出来以前，是用光电方法测量。

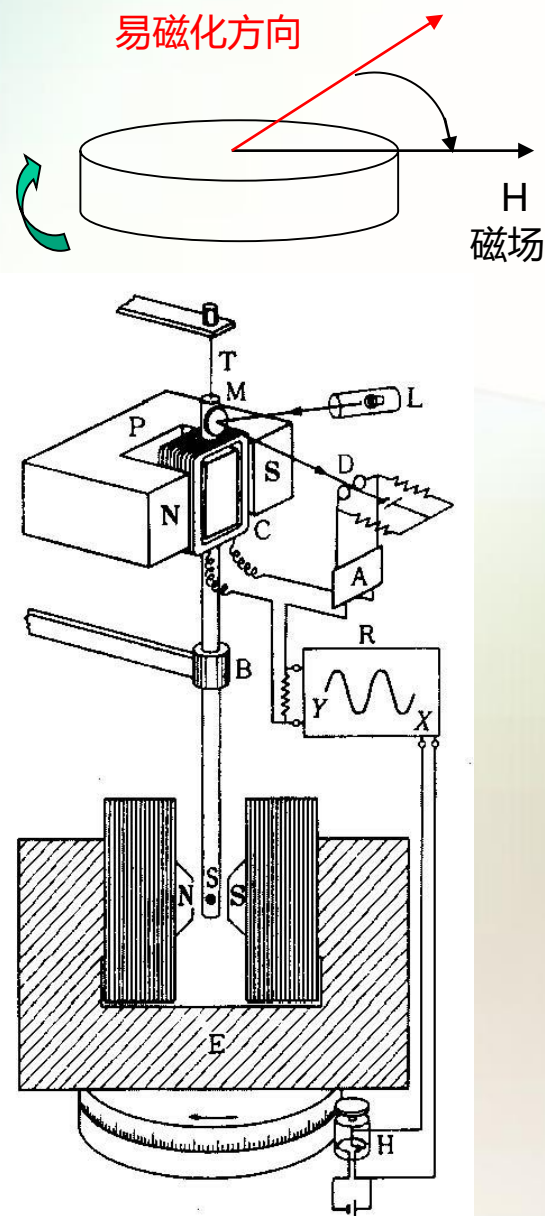


图 12.9 自动记录转矩磁强计

样品吊在一根弹性金属丝上，样品的转动使吊丝产生一个扭力矩 L ，

$$L = k\theta_1$$

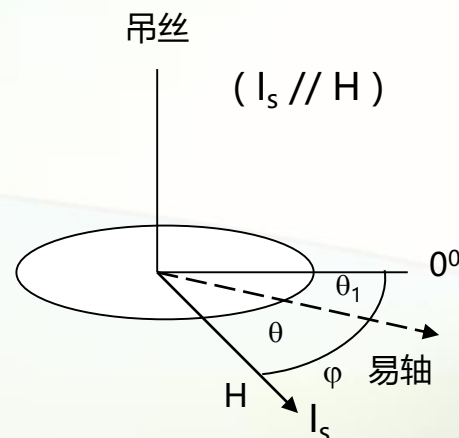
k 是扭力系数(达因.厘米/度)， θ_1 为样品的转动角度。

当磁化强度偏离易磁化轴将引起一个力矩 T ，

$$T = -\frac{\partial E_A}{\partial \theta} \quad \theta \text{是易轴与磁化强度之间的夹角}$$

如果样品的体积为 V ，则平衡条件为 $VT=L=k\theta_1$

适当选择扭力系数 k ，使 θ_1 在较小的范围内变化。如果磁场的转角为 φ (0到360度)，则 $\theta=\varphi-\theta_1$ ，由于 θ_1 很小，就可简化 $\varphi=\theta$ 。



右图为一个典型的转矩曲线(100)面，

$\theta=22.5^\circ$ 时 $\sin 4\theta=1$ 由转矩曲线公式

$$L(\theta) = \frac{1}{2} K_1 \sin 4\theta$$

得到： $K_1 = 2 L(22.5^\circ) \sim 4 \times 10^5 \text{ dyn cm cm}^{-3} (\text{erg cm}^{-3})$

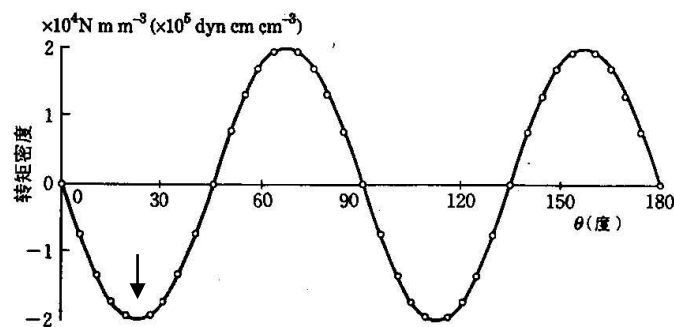


图 12.10 室温下在 4%Si-Fe 单晶的 (001) 面内测得的转矩曲线 (引自 Chikazami 和 Iwata)

三、磁晶各向异性机理

1、自旋对模型

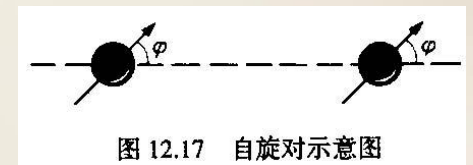
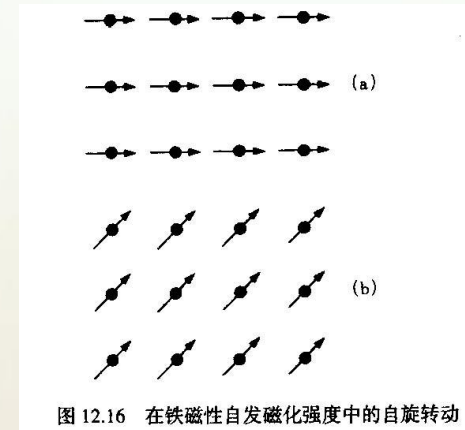
磁晶各向异性是磁性材料的内能随磁化强度方向的变化而发生的变化。当自发磁化强度从一个方向转向另一个方向。相邻自旋保持平行，这是因为自旋间存在强的交换作用，自旋 S_i 和 S_j 间的交换作用为

$$W_{ij} = -2JS_i \cdot S_j = -2JS^2 \cos \varphi$$

其中， S 为自旋的大小，而 φ 是 S_i 和 S_j 间的夹角。右图自旋从a旋转到b所有自旋保持平行，因而 $\varphi=0$ ，交换能没有改变。故**交换能是各向同性**。

要解释磁晶各向异性，必须考虑含有晶轴的能量项。如果假设自旋与原子连线的夹角为 φ ，则自旋对的能量经勒让德多项式展开为

$$w(\cos \varphi) = g + l(\cos^2 \varphi - \frac{1}{3}) + q(\cos^4 \varphi - \frac{6}{7}\cos^2 \varphi + \frac{3}{35}) + \dots$$



第一项与 ϕ 无关，对应于交换相互作用，第二项称为偶极相互作用，因为若系数是

$$I = -\frac{3M^2}{4\pi\mu_0 r^3}$$

则它与磁偶极相互作用有相同的形式。

然而真正测得的磁各向异性相应的 I 值比此项给出的值大100到1000倍。因此产生磁晶各向异性的机制不是偶极相互作用，虽然形式相同，但其系数是来源于磁晶各向异性，真正的机理是：部分未淬灭的轨道矩与自旋相互耦合，随着磁化强度的转动，通过轨道波函数重叠的变化，导致交换能或静电能发生变化，这种相互作用被称为赝偶极相互作用。第三项为起源相同的高价项，称为四极相互作用。磁晶各向异性可以通过对晶体中所有自旋对的能量相加而计算出来，这模型称为自旋对(spin-pair)模型。

$$E_A = \sum_i w_i$$

i 表示自旋对。由于远处自旋对的相互作用很小，仅考虑近邻，最多到次近邻之间的相互作用。设 $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ 为平行自旋对的方向余弦，对原子连线方向与 x -轴平行的自旋对， $\cos\varphi$ 可以用 α_1 代替，对平行 y - z -轴的自旋对， $\cos\varphi$ 可分别用 α_2 和 α_3 替代。

$$\begin{aligned} E_A &= N \left\{ l(\alpha_1^2 - \frac{1}{3}) + q(\alpha_1^4 - \frac{6}{7}\alpha_1^2 + \frac{3}{35}) + \dots + l(\alpha_2^2 - \frac{1}{3}) + q(\alpha_2^4 + \dots) \right\} \\ &= Nq(\alpha_1^4 + \alpha_2^4 + \alpha_3^4) + \text{常数} = -2Nq(\alpha_1^2\alpha_2^2 + \alpha_2^2\alpha_3^2 + \alpha_3^2\alpha_1^2) + \text{常数} \end{aligned}$$

N 为单位体积内的总原子数， $K_1 = \frac{16}{9} Nq$

对体心立方晶格，计算得到 $K_1 = -2Nq$

对面心立方晶体，得到 $K_1 = Nq$

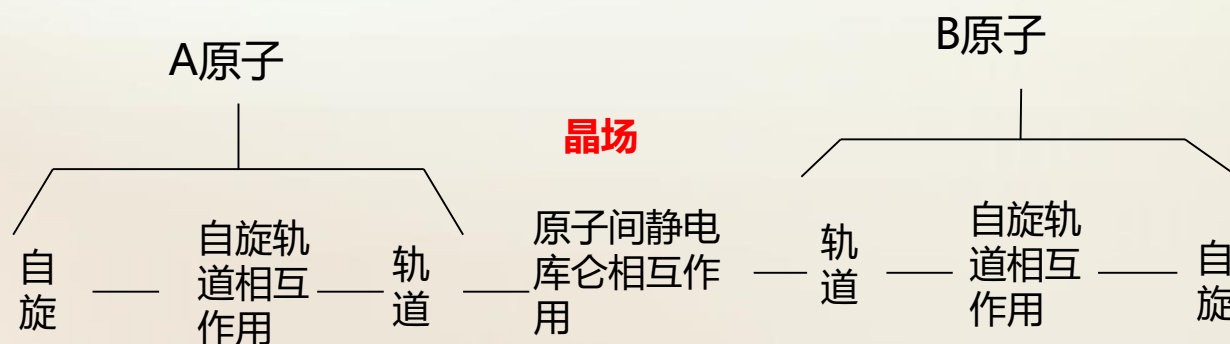
由于 $\sum_i \alpha_i^2 = 1$ 即偶极项，对立方晶系各向异性没有贡献。但是对单轴各向异性有贡献。一般 l 比 q 大1-2个数量级。如Co的 K_u 为 10^5Jm^{-3} ；Fe的 K_1 为 10^3 - 10^4Jm^{-3}

自旋对模型对金属和合金是适用的。对氧化物和化合物不适用。

2、单离子模型

自旋-轨道相互作用：在晶体中原子间是通过静电库仑相互作用相结合，对原子中的电子自旋磁矩没有作用，但是对电子轨道有强烈的静电相互作用，而使电子轨道劈裂。电子轨道磁矩与自旋磁矩的相互作用形成自旋-轨道的耦合，其作用能为

$$E_{LS} = \lambda LS$$



单离子模型是假定晶体中的磁性离子都是彼此独立的，晶体的宏观磁晶各向异性就是这些磁性离子的微观磁晶各向异性的统计平均值。根据玻耳兹曼的统计理论，宏观自由能密度 F 与磁性离子微观能量 $E(\theta_i)$ 的关系为

$$F = -kT \sum_i N_i \ln Z_i$$

$$Z_i = \sum_j e^{-E_j(\theta_i)/kT}$$

i 代表不同的次晶格， N_i 单位体积中 i 次晶格上的磁性离子数， θ_i 是次晶格上磁性离子的平均自旋方向与晶场对称轴的夹角。 $E_j(\theta_i)$ 为 i 次晶格上磁性离子的微观各向异性能， $\sum_j$ 是对 i 次晶格上的磁性离子的量子态求和。

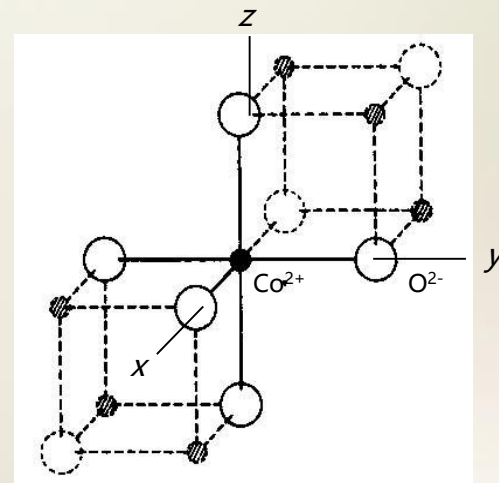
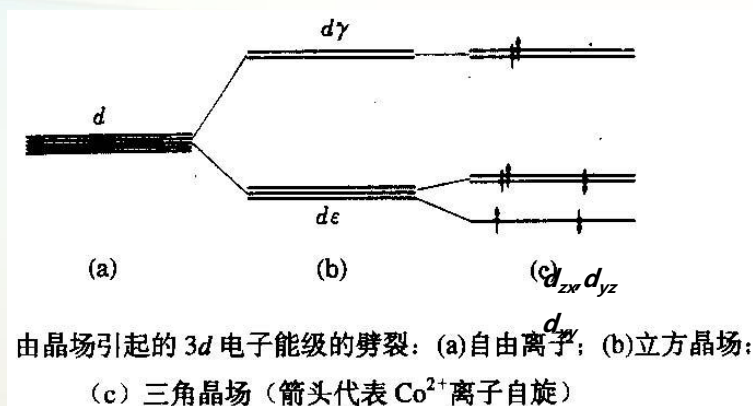
A. 单离子模型定性描述：

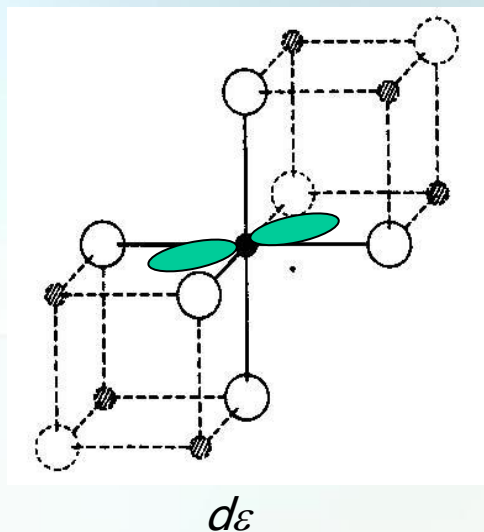
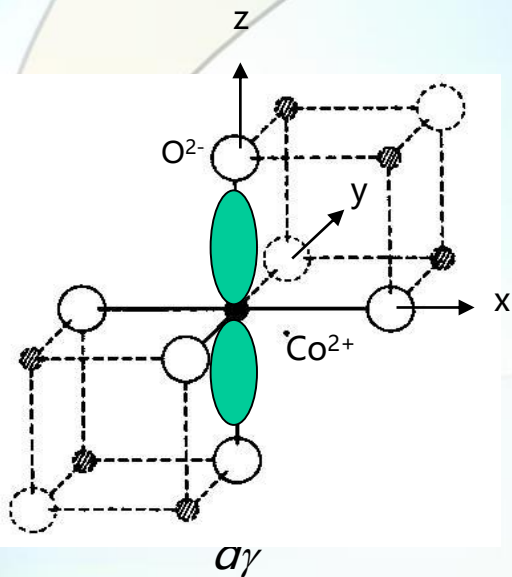
晶场使磁性离子的轨道能级劈裂，即轨道电子云的分布沿某些特定方向时，磁性离子的能量才最低；或者说磁性离子的轨道角动量被晶场锁在某些特定方向上时，磁性离子与晶场之间的作用能才最低。同时由于自旋-轨道耦合，使磁性离子的自旋也产生择优取向。

以钴铁氧体为例， $\text{Co}^{2+}\text{Fe}_2^{3+}\text{O}_4$ 中，一个 Fe^{3+} 占据四面体位置， $\text{Co}^{2+}(\text{3d}^7)$ 和另一个 $\text{Fe}^{3+}(\text{3d}^5)$ 占据八面体位置。 Co^{2+} 离子在八面体中的行为。

1)钴离子轨道角动量劈裂为 d_γ 二重态和 d_ϵ 三重态。钴离子次近邻的三个金属离子相对于三角对称轴对称地分布，它们产生的三角晶场，使三重态 d_ϵ 劈裂为一个单重态和一个二重态。 d_{xy} 和 d_{zx}, d_{yz} 。

2)钴离子电子中未半满的二个电子分别占据的一重态和简并的二重态。占据二重简并能级的电子，可在两个可能的波函数间交替变化，形成一个环形轨道，产生一个轨道磁矩与钴离子总自旋磁矩相互作用，形成磁晶各向异性。



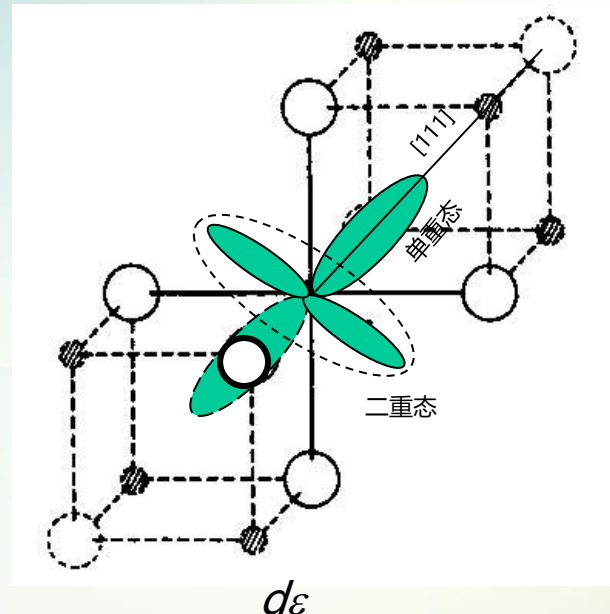
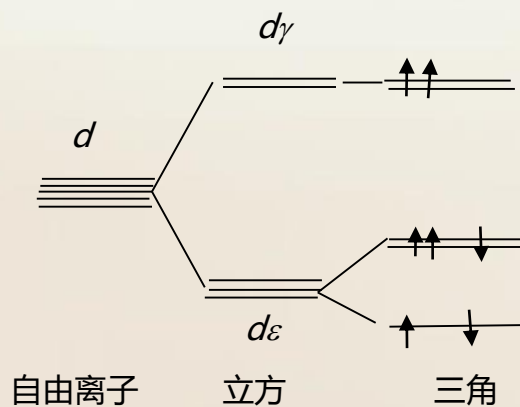


立方晶场

相互作用能高

相互作用能低

d_γ 波函数沿立方轴展开，带负电的电子轨道与 O^{2-} 之间的库仑排斥势使体系自由能增加



三角晶场

d_ϵ 波函数沿着两个立方轴之间的方向展开，避开了 O^{2-} 库仑排斥能相对较小。三角晶场是正的，沿 $[111]$ 轴展开的单重态能量较低，垂直 $[111]$ 展开的二重态能量较高。(Jahn-Teller effect)

磁晶各向异性的温度依赖性

磁晶各向异性是由自发磁化强度和晶格之间的相互作用产生的，因而自发磁化强度的温度关系将导致磁晶各向异性的温度变化。实际上磁晶各向异性对温度的依赖性比自发磁化强度对温度的依赖强的多。在材料中局域自旋的方向余弦($\beta_1, \beta_2, \beta_3$)并不同于总自发磁化强度的方向余弦($\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$)，它们的差别随温度的升高而增加。温度为T的立方各向异性为：

$$K_a(T) = K_1(0) \langle \beta_1^2 \beta_2^2 + \beta_2^2 \beta_3^2 + \beta_3^2 \beta_1^2 \rangle$$

在 $\langle \rangle$ 为所有自旋簇的角函数的平均值，在 $\langle \rangle$ ，角函数的幂越高，函数 $\langle \rangle$ 随着温度升高降得越快。根据对次幂函数的精确计算得到

$$\langle K^{(n)} \rangle \propto I_s^{n(n+1)/2}$$

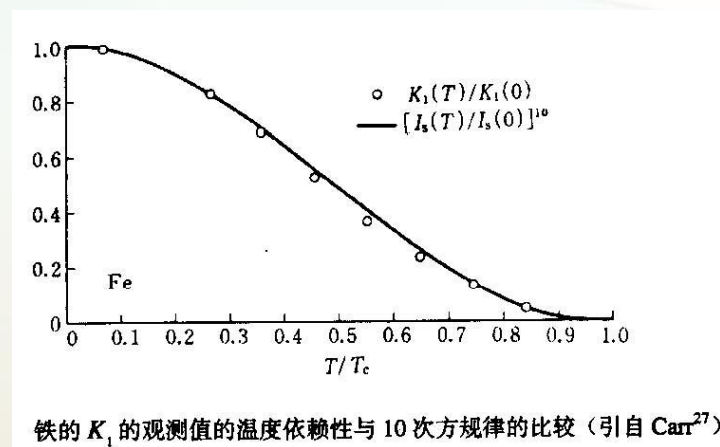
对于单轴各向异性 $n=2$

$$\frac{K_u}{K_{u0}} = \left(\frac{I_s}{I_{s0}} \right)^3$$

对于立方各向异性 $n=4$

$$\frac{K_1}{K_{10}} = \left(\frac{I_s}{I_{s0}} \right)^{10}$$

此外，晶格的热膨胀，磁性原子电子态的热激发，化合价态的温度依赖性等，都会影响磁各向异性。



四、磁致伸缩

铁磁性物质的形状在磁化过程中发生形变的现象，叫磁致伸缩。由磁致伸缩导致的形变 $\delta l/l$ 一般比较小，其范围在 $10^{-5} \sim 10^{-6}$ 之间。虽然磁致伸缩引起的形变比较小，但它在控制磁畴结构和技术磁化过程中，仍是一个很重要的因素。

应变 $\delta l/l$ 随外磁场增加而变化，最终达到饱和 λ 。产生这种行为的原因是材料中磁畴在外场作用下的变化过程。每个磁畴内的晶格沿磁畴的磁化强度方向自发的形变 e 。且应变轴随着磁畴磁化强度的转动而转动，从而导致样品整体上的形变。

$$\frac{\delta l}{l} = e \cos^2 \varphi$$

式中： e 为磁化饱和时的形变， φ 观察方向(测试方向)与磁化强度方向之间的夹角。

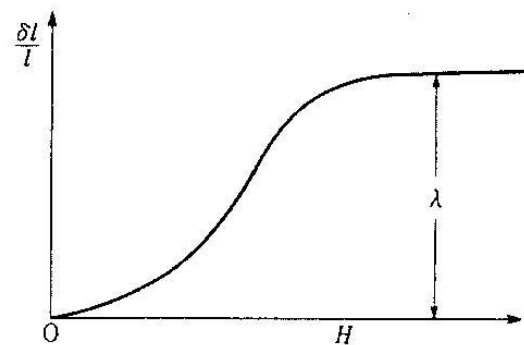


图 14.1 磁致伸长与外加磁场的关系

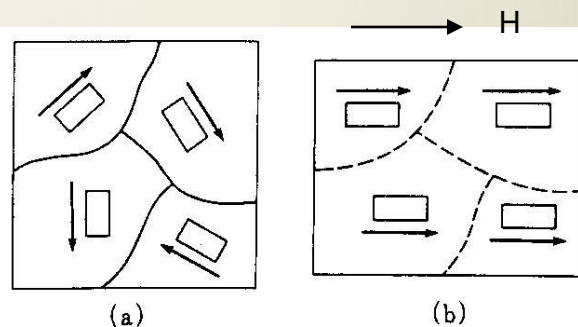


图 14.2 磁畴磁化强度的转动以及伴随着的自发应变轴的转动

在退磁状态，磁畴磁化强度的方向是随机分布，其平均形变为

$$\left(\frac{\delta l}{l}\right)_{dem} = \int_0^{\pi/2} e \cos^2 \varphi \sin \varphi d\varphi = \frac{e}{3}, \quad \text{饱和状态时}$$

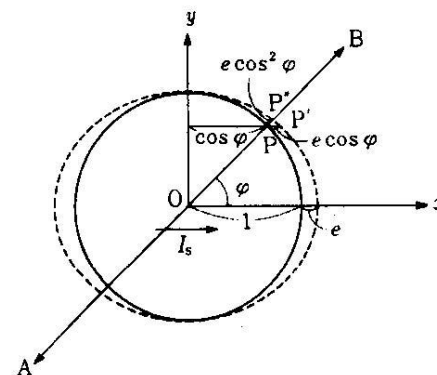
$$\left(\frac{\delta l}{l}\right)_{sat} = e$$

则饱和磁致伸缩为 $\lambda = \left(\frac{\delta l}{l}\right)_{sat} - \left(\frac{\delta l}{l}\right)_{dem} = \frac{2}{3}e$

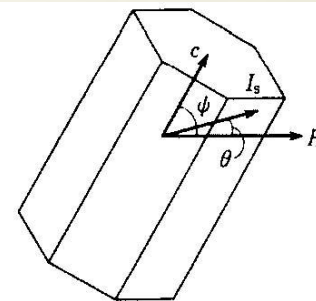
这样在磁畴中的自发应变可以用 λ 表示： $e = \frac{3}{2}\lambda$

因子3/2经常出现在公式中，是因为 λ 定义为相对于退磁状态的形变。以上的讨论是假设自发形变 $3\lambda/2$ 是一个常数，与自发磁化强度的晶体学方向无关。这种性质的磁致伸缩被称为各向同性磁致伸缩 (Isotropic magnetostriction)。

各向同性的磁致伸缩的伸长量是随磁化强度的大小而改变。以Co为例，钴是六角晶系，C-轴为易磁化轴。磁化是通过180°畴壁位移来完成的。假设磁场方向与C-轴的夹角为 φ ，位移完成的磁化强度 $I = I_s \cos \varphi$ 。



与自发应变轴成角 φ 方向上的单位球半径的伸长的示意图



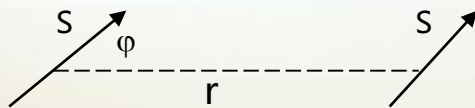
在单轴晶体中由外加磁场 H 引起的自发磁化强度 I_s 的转动

五、磁致伸缩的机理

与磁各向异性一样，**磁致伸缩起源于原子磁矩间的相互作用**。当磁矩间的距离可变时，相互作用能可写为

$$w(r, \cos \varphi) = g(r) + l(r)(\cos^2 \varphi - \frac{1}{3}) + q(r)(\cos^4 \varphi - \frac{6}{7} \cos^2 \varphi + \frac{3}{35}) + \dots$$

其中 r 是原子间距。如果相互作用能为 r 的函数，则当自发磁化强度产生时，晶格会发生形变，因为该相互作用将根据原子间结合键(二原子间的连线)方向的不同，不同程度的改变键长。**第一项， $g(r)$ 为交换作用项**，对线性磁致伸缩没有贡献。但是此项在体积磁致伸缩中，起着重要的作用。



(键长 r 以及平行自旋与键的夹角 φ 均可变的自旋对。)

第二项代表偶极-偶极相互作用，它依赖于磁化强度的方向，是通常线性磁致伸缩的主要来源，与自旋-轨道以及轨道间的作用有关的能量。第三项及以后项虽然对磁致伸缩有贡献，但是高阶项，比第二项小得多。因此仅考虑第二项，原子对的能量可写为

$$w(r, \varphi) = l(r)(\cos^2 \varphi - \frac{1}{3})$$

令 $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ 为磁畴磁化强度的方向余弦, $(\beta_1, \beta_2, \beta_3)$ 为结合键的方向余弦,

$$w(r, \varphi) = l(r) \left\{ (\alpha_1 \beta_1 + \alpha_2 \beta_2 + \alpha_3 \beta_3)^2 - \frac{1}{3} \right\}$$

考虑一个形变的简单立方晶格, 其应变张量的分量为 $e_{xx}, e_{yy}, e_{zz}, e_{xy}, e_{yz}, e_{zx}$ 。当晶体有应变时, 每一个自旋对同时改变键的方向和长度。为简化, 首先考虑键方向平行x-轴, 即 $\beta_1=1, \beta_2=\beta_3=0$ 时

$$w_x(r, \varphi) = l(r_0) (\alpha_1^2 - \frac{1}{3})$$

晶体形变时, $r = r_0(1 + e_{xx})$, 键的方向余弦为 $\beta_1=1, \beta_2=e_{xy}/2, \beta_3=e_{zx}/2$ 则

$$\Delta w_x = \left(\frac{\partial l}{\partial r} \right) r_0 e_{xx} (\alpha_1^2 - \frac{1}{3}) + l \alpha_1 \alpha_2 e_{xy} + l \alpha_3 \alpha_1 e_{zx}$$

同样对y和z方向的自旋对, 有

$$\Delta w_y = \left(\frac{\partial l}{\partial r} \right) r_0 e_{yy} (\alpha_2^2 - \frac{1}{3}) + l \alpha_2 \alpha_3 e_{yz} + l \alpha_1 \alpha_2 e_{xy}$$

$$\Delta w_z = \left(\frac{\partial l}{\partial r} \right) r_0 e_{zz} (\alpha_3^2 - \frac{1}{3}) + l \alpha_3 \alpha_1 e_{zx} + l \alpha_2 \alpha_3 e_{yz}$$

对简立方晶格中单位体积内所有最近邻原子对的能量相加(磁弹性能)为

$$E_{magel} = B_1 \left\{ e_{xx} (\alpha_1^2 - \frac{1}{3}) + e_{yy} (\alpha_2^2 - \frac{1}{3}) + e_{zz} (\alpha_3^2 - \frac{1}{3}) \right\} \\ + B_2 (e_{xy} \alpha_1 \alpha_2 + e_{yz} \alpha_2 \alpha_3 + e_{zx} \alpha_3 \alpha_1)$$

磁弹性能表达式

其中 $B_1 = N \left(\frac{\partial l}{\partial r} \right) r_0$, $B_2 = 2Nl$

用晶格应变和磁畴的磁化强度方向表示的能量，被称为磁弹性能。

体心立方晶格 $B_1 = \frac{8}{3}Nl$, $B_2 = \frac{8}{9}N \left\{ l + \left(\frac{\partial l}{\partial r} \right) r_0 \right\}$

面心立方晶格 $B_1 = \frac{1}{2}N \left\{ 6l + \left(\frac{\partial l}{\partial r} \right) r_0 \right\}$, $B_2 = N \left\{ 2l + \left(\frac{\partial l}{\partial r} \right) r_0 \right\}$

弹性能 由于磁弹性能是应变张量 $e_{xx}, e_{yy}, e_{zz}, e_{xy}, e_{yz}, e_{zx}$ 的线性方程，所以晶体将会无限制地形变，除非被一个弹性能来平衡，对立方晶体，该弹性能为

$$E_{el} = \frac{1}{2} C_{11} (e_{xx}^2 + e_{yy}^2 + e_{zz}^2) + \frac{1}{2} C_{44} (e_{xy}^2 + e_{yz}^2 + e_{zx}^2) + C_{12} (e_{yy} e_{zz} + e_{zz} e_{xx} + e_{xx} e_{yy})$$

对铁： $C_{11}=2.41 \times 10^{12}$ 尔格/厘米³
 $C_{12}=1.46 \times 10^{12}$ 尔格/厘米³
 $C_{44}=1.12 \times 10^{12}$ 尔格/厘米³

对镍： $C_{11}=2.50 \times 10^{12}$ 尔格/厘米³
 $C_{12}=1.60 \times 10^{12}$ 尔格/厘米³
 $C_{44}=1.185 \times 10^{12}$ 尔格/厘米³

其中 C_{11}, C_{44} 和 C_{12} 是弹性模量。

系统总能量为

$$E = E_{\text{magel}} + E_{\text{el}}$$

平衡条件是系统总能量为最小，

求平衡条件： $\frac{\partial E}{\partial e_{ij}} = 0$

解左边的联立方程组，得到平衡时的应变为

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial e_{xx}} &= B_1(\alpha_1^2 - \frac{1}{3}) + c_{11}e_{xx} + c_{12}(e_{yy} + e_{zz}) = 0 \\ \frac{\partial E}{\partial e_{yy}} &= B_1(\alpha_2^2 - \frac{1}{3}) + c_{11}e_{yy} + c_{12}(e_{zz} + e_{xx}) = 0 \\ \frac{\partial E}{\partial e_{zz}} &= B_1(\alpha_3^2 - \frac{1}{3}) + c_{11}e_{zz} + c_{12}(e_{xx} + e_{yy}) = 0 \\ \frac{\partial E}{\partial e_{xy}} &= B_2\alpha_1\alpha_2 + c_{44}e_{xy} = 0 \\ \frac{\partial E}{\partial e_{yz}} &= B_2\alpha_2\alpha_3 + c_{44}e_{yz} = 0 \\ \frac{\partial E}{\partial e_{zx}} &= B_2\alpha_3\alpha_1 + c_{44}e_{zx} = 0 \end{aligned} \right\} \longrightarrow \left. \begin{aligned} e_{xx} &= \frac{B_1}{c_{12} - c_{11}}(\alpha_1^2 - \frac{1}{3}) \\ e_{yy} &= \frac{B_1}{c_{12} - c_{11}}(\alpha_2^2 - \frac{1}{3}) \\ e_{zz} &= \frac{B_1}{c_{12} - c_{11}}(\alpha_3^2 - \frac{1}{3}) \\ e_{xy} &= -\frac{B_2}{c_{44}}\alpha_1\alpha_2 \\ e_{yx} &= -\frac{B_2}{c_{44}}\alpha_2\alpha_3 \\ e_{zx} &= -\frac{B_2}{c_{44}}\alpha_3\alpha_1 \end{aligned} \right\}$$

在 $(\beta_1, \beta_2, \beta_3)$ 方向观察到的伸长量为

$$\frac{\delta l}{l} = e_{xx}\beta_1^2 + e_{yy}\beta_2^2 + e_{zz}\beta_3^2 + e_{xy}\beta_1\beta_2 + e_{yz}\beta_2\beta_3 + e_{zx}\beta_3\beta_1$$

代入平衡时的应变张量，上式为

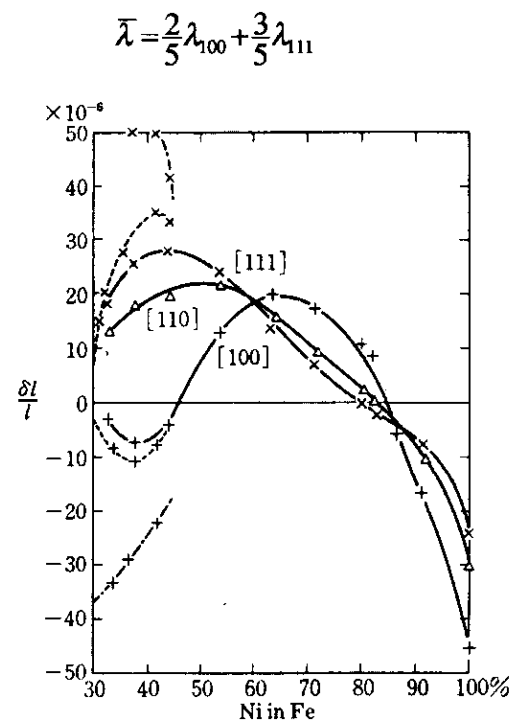
$$\frac{\delta l}{l} = \frac{B_1}{C_{12} - C_{11}} \left(\alpha_1^2 \beta_1^2 + \alpha_2^2 \beta_2^2 + \alpha_3^2 \beta_3^2 - \frac{1}{3} \right) - \frac{B_2}{C_{44}} (\alpha_1 \alpha_2 \beta_1 \beta_2 + \alpha_2 \alpha_3 \beta_2 \beta_3 + \alpha_3 \alpha_1 \beta_3 \beta_1)$$

得到磁致伸缩的基本关系式。对于一些特殊方向，可以得到一些特殊关系式。例如：磁畴的磁化强度在 $\langle 100 \rangle$ 方向，则 $\alpha_1 = \beta_1 = 1$ ， $\alpha_2 = \alpha_3 = \beta_2 = \beta_3 = 0$

$$\left(\frac{\delta l}{l} \right)_{100} = \lambda_{100} = \frac{2}{3} \frac{B_1}{C_{12} - C_{11}}$$

对于 $\langle 111 \rangle$ 方向， $\alpha_i = \beta_i = 1/\sqrt{3}$ ($i = 1, 2, 3$)，

$$\left(\frac{\delta l}{l} \right)_{111} = \lambda_{111} = -\frac{1}{3} \frac{B_2}{C_{44}}$$



Ni-Fe合金的磁致伸缩常数与成份的关系。虚线是室温下的，点划线是4.2K下测量结果。

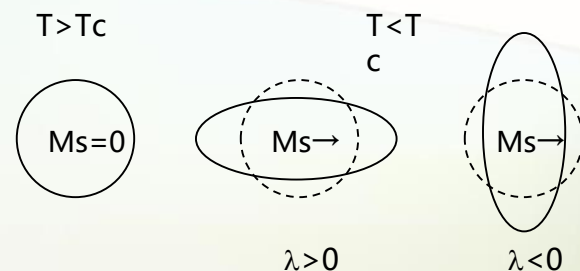
自发磁致伸缩(体积磁致伸缩)的机理

对于一个单畴晶体的球，在居里温度以上是顺磁球，当温度低于居里温度，由于交换相互作用产生自发磁化，与此同时晶体也改变了形状和体积，成为椭球，产生自发形变，即自发磁致伸缩。

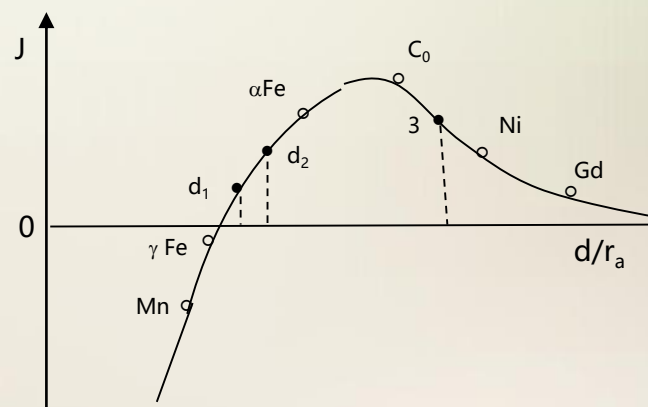
为什么自发磁化就要产生自发形变？

由于两原子间的交换相互作用与原子间距离有关，交换积分 J 与 d/r_a 的关系是Slater-Bethe曲线。若居里温度以上原子间距离为 d_1 ，当冷至居里温度以下，距离仍为 d_1 交换积分为 J_1 ，若距离增至 d_2 则交换积分为 J_2 ($J_2 > J_1$)，交换积分愈大则交换能愈小， $E_{ex} = -2JS_i S_j$ ，由于系统在变化过程中总是要求自由能极小，系统处于稳定态。因此原子间距离不会保持在 d_1 ，必须变为 d_2 ，因而晶体尺寸变大。

如果在曲线3的位置(曲线下降段)，则尺寸收缩。



解释自发形变的图形



交换积分与晶格原子间距离的关系， d ：晶格常数； r_a ：未满壳层的半径。

磁畴与技术磁化

- 一、退磁场
- 二、磁畴的形成
- 三、磁畴的观察
- 四、技术磁化

一、退磁场

铁磁体在外磁场H中的能量(单位体积)

$$F_H = -H \cdot I \quad (I \text{ 为铁磁体的磁化强度})$$

当铁磁体由于磁化，在表面具有面磁极(荷)或体磁极(荷)时，在铁磁体内将产生与磁化强度方向相反的退磁场 H_d 。如果磁化均匀，则退磁场也是均匀磁场，且与磁化强度成比例而方向相反，因此

$$H_d = -NI$$

N 称为退磁因子。对于形状规则的样品，N由样品的几何形状和大小来决定。对于一个椭球样品，在直角坐标系中，磁化强度在三个轴方向上的分量为 I_x, I_y, I_z ，则退磁因子N为

$$H_{dx} = -N_x I_x, H_{dy} = -N_y I_y, H_{dz} = -N_z I_z$$
$$N_x + N_y + N_z = 1 \quad (4\pi \text{ [CGS]})$$

对于球形样品： $a=b=c, N_x=N_y=N_z=N_0=1/3 \quad (4\pi/3)$

对于长圆柱样品： $a \gg b=c, N_x=0, N_y=N_z=1/2 \quad (2\pi)$

对于极薄圆盘样品： $a \ll b, c, N_y=N_z=0, N_x=1 \quad (4\pi)$

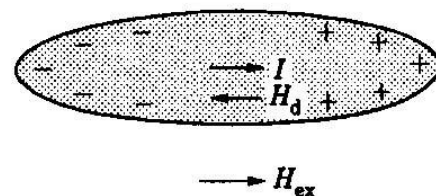
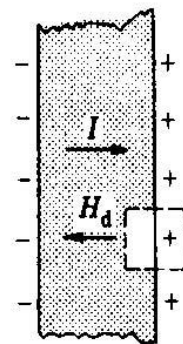


图 1.13 表面的自由磁极及其产生的退磁场



磁化强度垂直于平板表面时的退磁场

退磁因子的计算

(1) 沿长轴方向磁化的旋转椭球：

$$N = \frac{1}{k^2 - 1} \left\{ \frac{k}{\sqrt{k^2 - 1}} \ln(k + \sqrt{k^2 - 1}) - 1 \right\}$$

K是上长度与直径之比

(2) $k \gg 1$ 的情况，相当于一个细棒

$$N = \frac{1}{k^2} (\ln 2k - 1)$$

(3) 近于圆盘形状的扁圆形椭球

$$N = \frac{1}{2} \left\{ \frac{k^2}{(k^2 - 1)^{3/2}} \sin^{-1} \frac{\sqrt{k^2 - 1}}{k} - \frac{1}{k^2 - 1} \right\}$$

K是直径对厚度的比

表 1.1 沿长轴磁化的圆柱体和椭球体的退磁因子(引自 Bozorth²)

纵横比	圆柱体	长椭球	扁椭球
1	0.27	0.3333	0.3333
2	0.14	0.1735	0.2364
5	0.040	0.0558	0.1248
10	0.0172	0.0203	0.0696
20	0.00617	0.00675	0.0369
50	0.00129	0.00144	0.01532
100	0.00036	0.000430	0.00776
200	0.000090	0.000125	0.00390
500	0.000014	0.0000236	0.001567
1000	0.0000036	0.0000066	0.000784
2000	0.0000009	0.0000019	0.000392

磁化曲线的退磁场校正

当测量的磁化强度随外磁场的变化，如图虚线所示，实线为真实的磁化曲线。因为作用在样品中的磁场是有效场，而不是外加磁场。**有效场为：**

$$H_{eff} = H_{ex} - N \frac{I}{\mu_0}$$

例如，磁化一个矫顽力 $H_c = 2 \text{ A m}^{-1} (= 0.025 \text{ Oe})$ 的坡莫合金小球到饱和，坡莫合金的饱和磁化强度 $I_s = 1.16 \text{ T}$ ，退磁场的饱和值(最大值)

$$H_d = N \frac{I_s}{\mu_0} = \frac{1}{3} \times \frac{1.16}{4\pi \times 10^{-7}} = 3.08 \times 10^5 \text{ A m}^{-1} (= 3860 \text{ Oe})$$

因而要使坡莫小球饱和，必须加的外磁场 $H_{ex} > H_d$ 。相当于矫顽力 H_c 的 10^5 倍。

空腔内的磁场：空腔表面自由磁极产生的磁场为

$$H_{in} = N \frac{I}{\mu_0}$$

N 为与空腔形状相同的退磁因子，对球空腔

$$H_{in} = \frac{I}{3\mu_0}$$

对空腔内的磁场方向与磁化强度方向相同。称为罗伦兹场(Lorentz)。

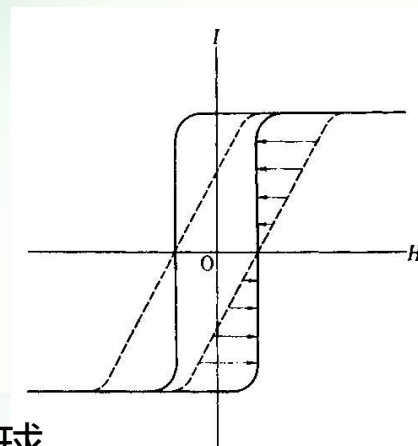


图 1.15 磁化曲线的退磁场校正

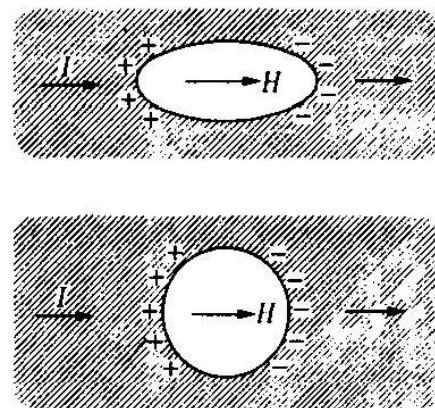


图 1.16 磁性物体中空腔内的磁场

退磁能

$$F_d = -\frac{1}{2} H_d \cdot I_s = \frac{1}{2} N I_s^2$$

举平行反向的磁化区域(下端至无限)为例来计算退磁场能。由图可见，在上端XY表面上的磁极分布表示为

当 $2md < x < (2m+1)d$ 时，表面磁极密度 $\sigma = +I_s$; (m 为整数)

当 $(2m+1)d < x < (2m+2)d$ ，表面磁极密度为 $\sigma = -I_s$ 。

设静磁势为 $\phi(x, y)$ 。在 $z \neq 0$ 的区域， $\phi(x, y)$ 适合拉普拉斯方程：

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0$$

依据边界条件可得到：

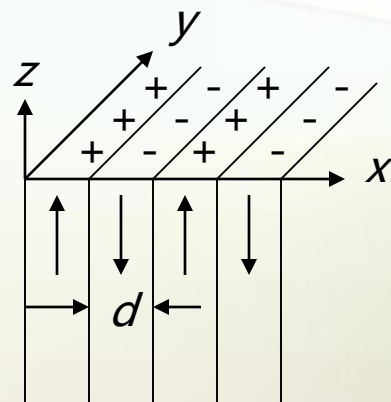
$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)_{z=0} = +2\pi\sigma$$

解拉普拉斯方程，求得 ϕ 为：

$$\phi = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin n \left(\frac{\pi}{d} \right) x \cdot e^{n \left(\frac{\pi}{d} \right) z}, \quad A_n = \frac{8I_s d}{n^2 \pi} \quad (n \text{ 为奇数}), \quad \phi(z=0) = \frac{8I_s^2 d}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \sin n \left(\frac{\pi}{d} \right) x$$

在XY平面的每单位面积下的静磁能为：

$$F_d = \frac{1}{2} \cdot \frac{8I_s^2 d}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 d} \int_0^d \sin n \left(\frac{\pi}{d} \right) x dx = \frac{8I_s^2 d}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} = 0.8525 I_s^2 d$$



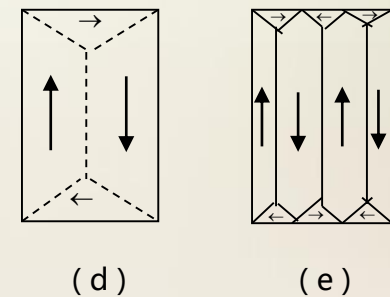
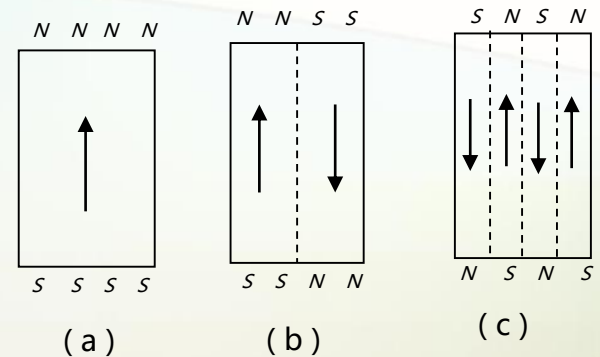
二、磁畴的形成

在铁磁体中，交换作用使晶体自发磁化，磁化强度的方向沿着晶体内的易磁化轴，这样就使铁磁晶体内交换作用能和磁晶各向异性能都达到极小值。但因晶体有一定的大小与形状，整个晶体均匀磁化的结果，必然产生磁极，磁极的退磁场增加了退磁能 $(1/2)NI_s^2$ 。

例如对一个单轴各向异性的钴单晶。(a)图是整个晶体均匀磁化，退磁场能最大(如果设 $I_s \sim 10^3$ 高斯，则退磁能 $\sim 10^6$ 尔格/厘米³)。从能量的观点出发，分为两个或四个平行反向的自发磁化的区域(b),(c)可以大大减少退磁能。(NB: $1\text{erg}=10^{-7}\text{J}$)

如果分为n个区域(即n个磁畴)，能量约可减少 $1/n$ ，但是两个相邻的磁畴间的畴壁的存在，又增加了一部分畴壁能。因此自发磁化区域(磁畴)的形成不可能是无限的，而是畴壁能与退磁场能的和为极小值为条件。

形成如图d，e的封闭畴将进一步降低退磁能，但是封闭畴中的磁化强度方向垂直单轴各向异性方向，因此将增加各向异性能。



单轴晶体内磁畴的形成

磁畴宽度-- D

对单轴晶体的磁畴结构的估算：设畴宽为D，晶体长度为L， γ 为每单位面积的畴壁能。对于上、下每单位表面而言，晶体内部的畴壁面积共为L/D（1/D为单位宽度上有多少畴壁），故其畴壁能为 $\gamma L/D$ ，上下两端的各磁极而产生的退磁能为 $1.71I_s^2 D$ 。磁畴的分布决定于能量极小值条件，即

$$\frac{\partial}{\partial D} \left(1.71 I_s^2 D + \frac{\gamma L}{D} \right) = 0$$

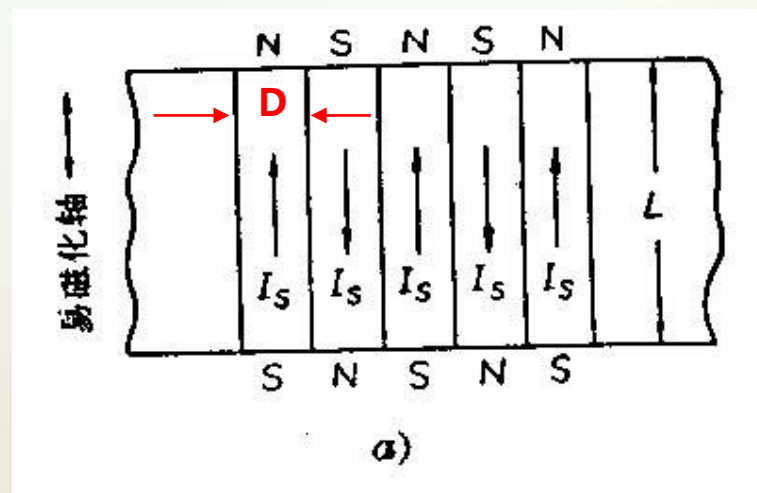
故

(磁畴宽度)

$$D = \sqrt{\frac{\gamma L}{1.71 I_s^2}}$$

畴壁能与退磁能的平衡

对铁而言， $\gamma \approx 2$ 尔格/厘米²， $I_s \approx 1700$ 高斯，当L=1厘米时， $D \approx 10^{-3}$ 厘米。

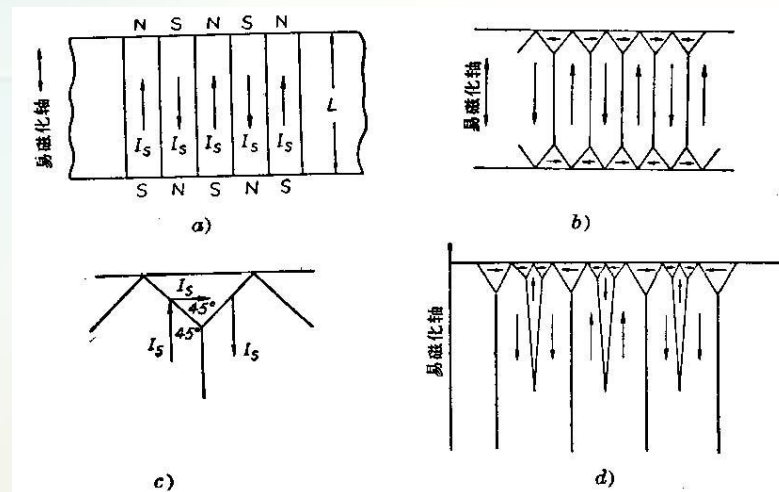


有45°封闭畴时，如图c，虽然表面没有磁极，没有退磁能，但增加各向异性能。上下两端每单位表面积内闭合磁畴的体积为D/2，故各向异性能为 $K_1 \cdot D/2$ 。

$$\frac{\partial}{\partial D} \left(K_1 \frac{D}{2} + \gamma \frac{L}{D} \right) = 0, \quad D = \sqrt{\frac{2\gamma L}{K_1}}$$

设L=1厘米，将铁的各值代入，D=10⁻³厘米。

畴壁能与磁晶各向异性能的平衡



对立方晶系，45°封闭畴内磁化强度与易轴平行，各向异性能为零。此时是**自发磁化**引起的形变产生的磁弹性能。

$$F_{me} = \frac{1}{2} C_{11} e_{xx}^2 \quad \text{其中 } e_{xx} = \lambda_{100}$$

$$\frac{\partial}{\partial D} \left(\frac{1}{2} C_{11} \lambda_{100}^2 \frac{D}{2} + \gamma \frac{L}{D} \right) = 0, \quad D = \left[\frac{4\gamma L}{C_{11} \lambda_{100}^2} \right]^{1/2}$$

畴壁能与磁弹性能的平衡

畴壁能 γ 和畴壁宽度 δ

相邻的两个磁畴内的磁化强度方向常常是反平行或相互垂直，称为 180° 畴壁和 90° 畴壁，在畴壁中磁化矢量是逐步转变的。

举 180° 畴壁为例，看畴壁的厚度和畴壁能。**畴壁内主要考虑交换能与各向异性性能的平衡**。下面计算均按单位面积计。(J 交换积分)

$$F_{ex} = -\frac{2J}{h^2} \sum_n \sigma_i \sigma_j = -2Js^2 \sum_n \cos \phi_{ij} = +Js^2 \sum_n \phi_{ij}^2$$

ϕ_j 为原子*i*和*j*自旋方向的夹角，设畴壁厚度为 $N+1$ 个原子间距。则**交换能的面密度**为

$$\gamma_{ex} = Js^2 \left(\frac{\phi_0}{N} \right)^2 (N+1) \frac{1}{a^2} = Js^2 \frac{\phi_0^2}{Na^2}$$

a 为晶格常数， ϕ_0 为两畴内磁化强度间的夹角。**磁晶各向异性性能密度**为

$$\gamma_k = K_1 Na$$

$Na = \delta$ 为畴壁厚度

畴壁能密度为

$$\gamma = \gamma_{ex} + \gamma_k = Js^2 \frac{\phi_0^2}{Na^2} + K_1 Na$$

交换作用能+磁晶各向异性能

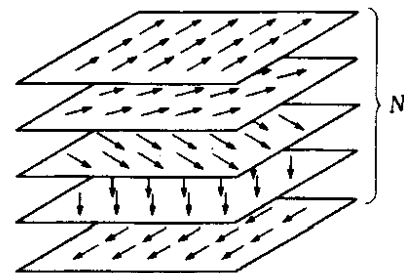


图 16.8 畴壁中自旋的转动

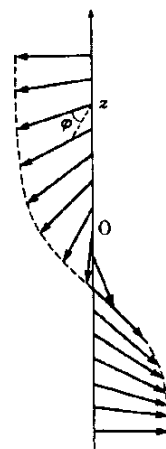


图 16.9 畴壁中自旋转动的方位角

求能量极小值的条件

$$\frac{\partial \gamma}{\partial N} = 0 = -\frac{Js^2\phi_0^2}{a^2 N^2} + K_1 a \quad \text{得到} \quad \begin{cases} N = \left(\frac{Js^2\phi_0^2}{K_1 a^3} \right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{J}{K_1 a} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{s\phi_0}{a} \\ \gamma = \left[\frac{JK_1}{a} \right]^{\frac{1}{2}} \cdot s\phi_0 \end{cases}$$

对于铁的180°畴壁, $\phi_0 = 180^\circ = \pi$, 得到

$$N = \left(\frac{\pi^2 Js^2}{K_1 a^3} \right)^{\frac{1}{2}} \approx \left(\frac{k\theta_c}{K_1 a^3} \right)^{\frac{1}{2}} \approx \left[\frac{10^{-20}}{10^5 \cdot 10^{-30}} \right]^{\frac{1}{2}} = 300 \quad \delta = Na = \pi \sqrt{\frac{JS^2}{K_1 a}} = 4.2 \times 10^{-8} (m) \approx 150 \quad \text{晶格常数}$$

$$\gamma = 2\pi \left[JK_1 \frac{s^2}{a} \right]^{\frac{1}{2}} \approx \left[\frac{k\theta_c K_1}{a} \right]^{\frac{1}{2}} \quad \text{对铁而言} \quad \gamma \approx \left(\frac{10^{-13} \cdot 10^5}{10^{-8}} \right)^{\frac{1}{2}} \approx 1 \quad \text{尔格/厘米}^2$$

由表中看到：

畴壁能 $\gamma_w \propto \sqrt{K \cdot A_1}$

畴壁厚度 $z_w \propto \sqrt{\frac{A_1}{K}}$

因此只要知道交换积分J和磁晶各向异性常数K就可以得到畴壁能和磁畴宽度

表 4-5 立方晶体和六角晶体中的畴壁能及有效畴壁厚度

晶系	易磁化方向	畴壁类型	畴壁法线	A_1 尔格/厘米	K_1 尔格/厘米 ³	$\frac{\gamma_w}{\sqrt{A_1 K_1}}$	$\frac{z_w}{\sqrt{\frac{A_1}{K_1}}}$
立方	[100] Fe	90°	[001]	8.3×10^{-7}	5.3×10^5	1.0000	3.1416
		180°	[001]	8.3×10^{-7}	5.3×10^5	2.02	10.9
	[111] Ni	70.53°	[001]	3.4×10^{-7}	5×10^4	0.5443	3.8476
		109.47°	[001]	3.4×10^{-7}	5×10^4	1.0887	∞
		180°	[001]	3.4×10^{-7}	5×10^4	—	—
六角	[0001] Co	180°	[110]	10.3×10^{-7}	4.3×10^6	40000	3.1416

A_1 是交换劲度常数 $A_1 = nJS^2/a$, $a = 2.8662 \text{ \AA}$

布洛赫畴壁和尼尔畴壁

布洛赫畴壁：经过畴壁厚度时， I_s 由其在一个磁畴内的方向逐渐转到另一磁畴内的方向，在旋转时， I_s 保持平行于畴壁平面，因而在畴壁面上无自由磁极。一般在大块晶体中都属于这一类型。在计算布洛赫畴壁时，一般考虑交换作用与磁晶各向异性性能(包括磁弹性性能-磁致伸缩引起的应力能)的平衡，即它们的和取极小值为条件。

尼尔畴壁：对于二维薄膜样品，但膜厚足够小时，布洛赫壁的形成对能量降低是不利的。如图a，畴壁中的磁矩在薄膜表面产生磁极，因而增加了退磁能。图b表示涅耳壁，

在这种畴壁内， I_s 的方向不是在壁平面内逐渐旋转，而是平行于薄膜表面，逐渐旋转过去。

此时，虽然膜面上没有磁极，但是在壁两边有磁极，从而增加了退磁能。比较形成布洛赫壁和形成涅耳壁所增加的退磁能哪个小。

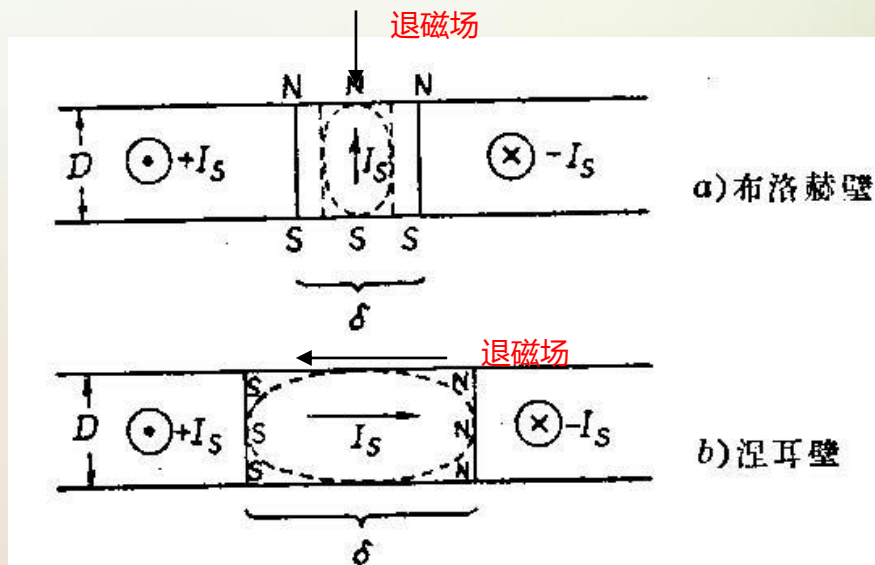


图 4-26 布洛赫壁与涅耳壁的比较

布洛赫畴壁：在薄膜厚度为D的两面有露出的磁极，产生退磁能。畴壁可以看成椭圆截面的柱体，长轴为D，短轴为畴壁宽度的一半 $\delta/2$ 。产生的退磁能近似等于(单位畴壁面积)

$$\gamma_I = \frac{1}{2} N I_s^2 \cdot \frac{\delta}{2} \approx \frac{\pi \delta^2 I_s^2}{2D}$$

其中N为长轴方向(D轴)的退磁因子 $N \approx \frac{4\pi \cdot \delta/2}{D + \delta/2}$ 引入 $Na = \delta$

畴壁能密度为 $\gamma' = \gamma_{ex} + \gamma_K + \gamma_I = \left(\frac{Js^2 \phi_0^2}{a} \right) \frac{1}{\delta} + \left(K_1 + \frac{3}{2} \lambda_{100} \sigma \right) \delta + \left(\frac{\pi I_s^2}{2D} \right) \delta^2$

能量平衡时：

$$\left. \begin{aligned} \delta_w = Na &= \left(\frac{J}{K_1 a} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot s \phi_0 \\ \gamma_w &= 2 \left(\frac{K_1 J}{a} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot s \phi_0 \end{aligned} \right\} \text{代入上式：当 } \delta \ll D \text{ 时}$$

$$\left. \begin{aligned} \gamma' &= \frac{\gamma_w}{2} \left[\frac{\delta_w}{\delta} + \frac{\delta}{\delta_w} + Q \left(\frac{\delta}{\delta_w} \right)^2 \right] \\ Q &= \frac{8\pi \delta_w I_s^2}{\gamma_w D} \end{aligned} \right\}$$

求能量极小值条件： $\frac{d\gamma'}{d\delta} = 0$

可求得平衡时的 γ_w' 和 δ_w' 。以铁膜为例： $I_s = 1700$, $D = 5 \times 10^{-5}$ 厘米, $\delta_w' / \delta_w = 0.21$ 和 $\gamma_w' / \gamma_w = 3.6$ 。显然布洛赫壁比块状样品小5倍，而畴壁能大近4倍。

随着薄膜厚度减小，布洛赫畴壁变窄，畴壁能增加。

尼尔畴壁：畴壁内磁矩分布也可近似看成椭圆截面的柱体，长轴为 δ ，短轴为 D 。产生的退磁能近似为

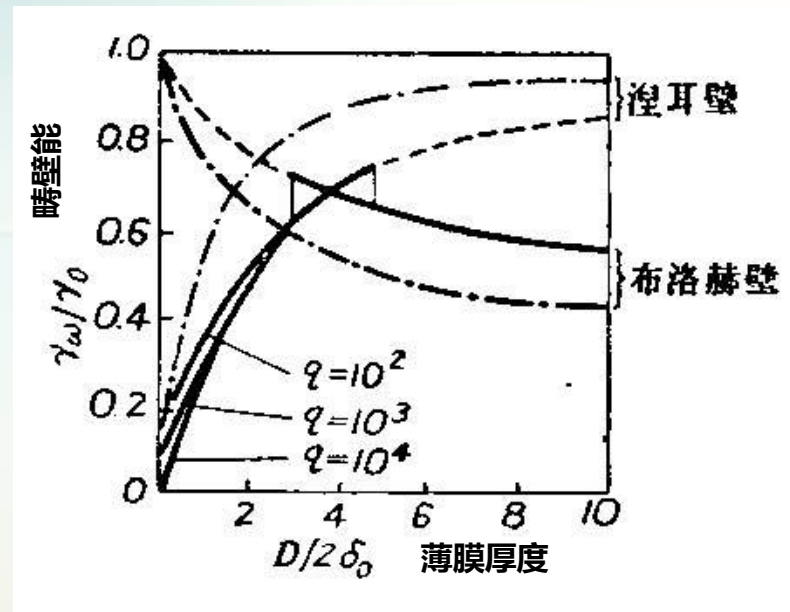
$$\gamma_I \approx \frac{1}{2} NI_s^2 \cdot \delta \approx \frac{2\pi\delta DI_s^2}{\delta + D}$$

当 $\delta \gg D$ 时， $\gamma_I \approx 2\pi DI_s^2$

此时退磁能与畴壁厚度无关， $\delta_w' \approx \delta_w$

$$\gamma_w' = \gamma_w + 2\pi DI_s^2$$

显然尼尔畴壁能随膜厚减薄而减小。



右图给出二种畴壁能与厚度的关系，交叉点即为畴壁由布洛赫型向尼尔型转化的临界厚度。图中

$$\gamma_0 = 4.04 \times D \sqrt{2\pi I_s^2 A_1} \quad \delta_0 = 1.287 \sqrt{\frac{A_1}{2\pi I_s^2}}$$

交叉点的临界厚度为

$$D_m \approx 17.5 \frac{\sqrt{A_1}}{I_s}$$

狄切和托马斯经过精确计算得到：

$$D_m = 3.9 \frac{\sqrt{A_1}}{I_s}$$

$$\gamma_m = 7.0 DI_s \sqrt{A_1}$$

对铁镍膜畴结构复杂，只有当 $D < 200 \text{Å}$ ；为尼尔畴壁； $D > 10000 \text{Å}$ 为布洛赫壁。

单畴颗粒

铁磁颗粒小到某一尺寸，形成畴壁的畴壁能大于颗粒的退磁能时，铁磁颗粒形成单畴颗粒。一个球形的铁磁颗粒的退磁能为

$$E_d = \frac{1}{2} NI_s^2 \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{8}{9} \pi^2 R^3 I_s^2 \quad (N = \frac{4}{3} \pi)$$

如果颗粒分为四个畴时，畴壁能(γ 为畴壁能密度)为

$$E_\gamma = 2\pi R^2 \gamma$$

能量平衡条件： $E_d = E_\gamma$ ， $\frac{8}{9} \pi^2 R_c^3 I_s^2 = 2\pi R_c^2 \gamma$

单畴的临界半径：

$$R_c = \frac{9}{\mu_0} \frac{\gamma}{I_s^2} \quad (\text{MKSA}) \quad R_c = \frac{9}{4\pi} \frac{\gamma}{I_s^2} \quad (\text{CGS})$$

畴壁能单位制(erg/cm^2)

磁化强度单位制(Gs)

康多尔斯基做了严格解

$$R_c = \frac{m}{I_s} \sqrt{\frac{10zs^2 J}{a_0 N_a}} \approx \frac{0.95}{I_s} \sqrt{\frac{10zs^2 J}{a_0 N_a}}$$

S 颗粒表面积， a_0 为晶格常数。

Z 对于简单立方，体心立方，面心立方，分别为1、2、4。

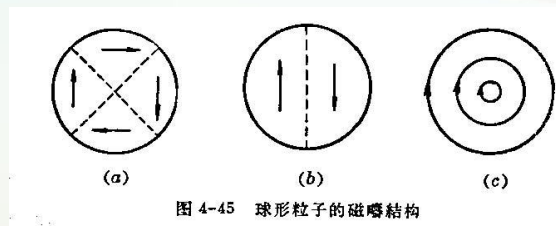


图 4-45 球形粒子的磁畴结构

表 4-6 球形铁磁微粒的临界半径

计 算 者	Fe	Ni	Co	MnBi
基 特 耳	10^{-6} 厘米	—	—	4×10^{-5} 厘米
涅 耳	160 Å	—	—	—
斯 东 纳	240 Å	520 Å	320 Å	—
康多尔斯基	180 Å	410 Å	—	—

表 4-7 铁磁微粒的临界半径 R_c

材 料	球	椭 球	圆 柱
Fe	180 Å	146 Å	114 Å
Ni	410 Å	335 Å	260 Å

反铁磁物质的磁畴

反铁磁性物质因磁化而产生的晶格畸变是由交换畸变和磁致伸缩组成。NiO的交换畸变(菱面体型畸变)或CoO的磁致伸缩(正方晶型畸变)都比其它形变大十倍以上。因此，在交换畸变集中的区域，可看作是一个单一的交换畸变晶体，这一交换畸变集中的区域称为T磁畴，边界称为T畴壁。同样对于CoO把磁致伸缩集中的区域称为t磁畴(正方晶型畸变)，其边界称为t畴壁。

反铁磁性磁畴一般用X射线形貌学法(B-B)，双折射的光学方法和电子显微镜法。

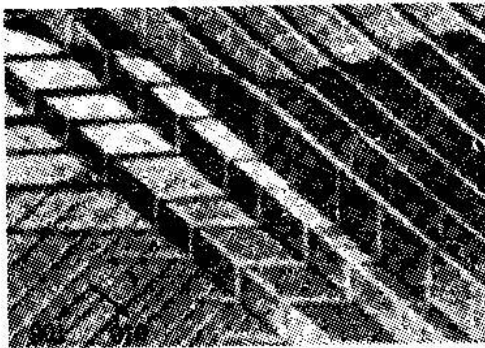


图 14.27 NiO的T 畴壁
(解理面) (50 ×)

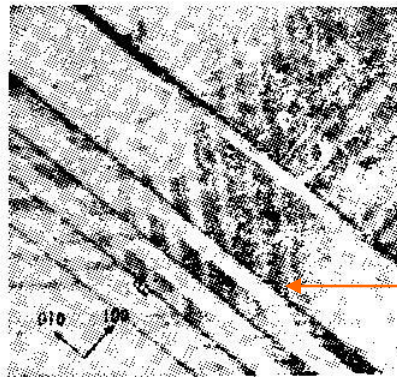


图 14.28 退火NiO的组织
(75 ×)

T畴壁

t畴壁

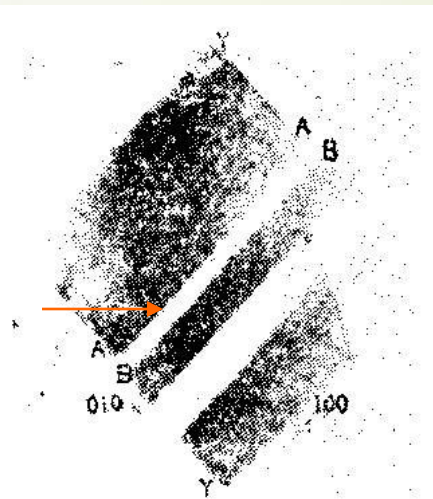


图 14.29 退火后的CoO的
t 磁畴 (13 ×)

三、磁畴的观察

1、磁畴结构的观察的历史和粉纹法

1907年，Weiss首先假设在铁磁材料中有磁畴存在，磁化强度在不同磁畴中取不同方向，宏观上不显磁性，如铁块之间并不能相互吸引。

1919年巴克豪森发现铁磁材料的磁化过程，是分成许多小的不连续步骤进行。此现象称为巴克豪森效应。

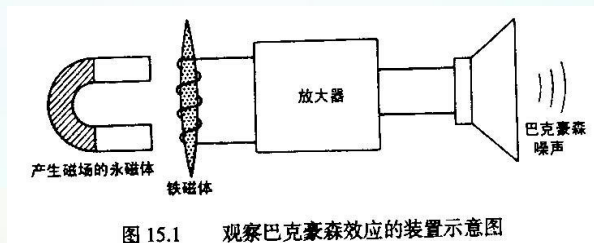


图 15.1 观察巴克豪森效应的装置示意图

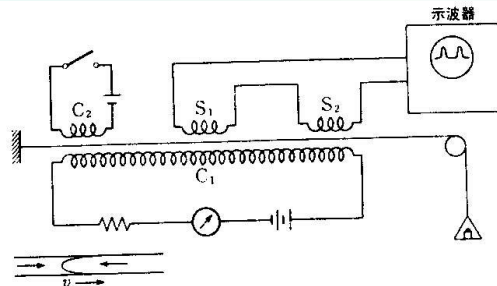


图 15.2 观察大巴克豪森效应的装置示意图

坡莫合金丝， C_2 处成核，畴壁位移。

1931年Bitter用胶体中的铁磁性颗粒放在已抛光的铁磁晶体表面，用反射金相光学显微镜观察到磁性粒子不均匀分布而描绘出磁畴的形状。

随着颗粒悬浮液的改进，铁磁颗粒集聚在畴壁附近，因而可以清楚的观察到磁畴，称为**毕特粉纹法**。

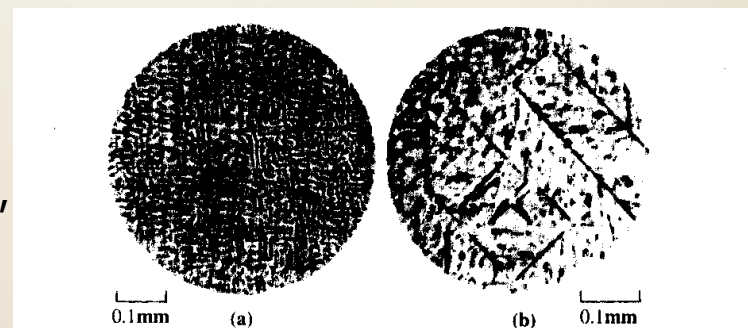


图 15.3 在 4%Si-Fe 单晶的 (001) 表面上观察到的铁磁畴图样：(a)迷官型表面畴；(b)从表面去掉 28 μm 厚的材料后观察到的实际畴（引自 Chikazumi 和 Suzuki⁷）

2、磁光方法

磁光效应，例如克尔效应和法拉第效应都可用来观察磁畴结构。**克尔效应是指光线从磁性材料表面反射时其偏振平面发生旋转的现象。**如图b所示，两个磁畴中磁化强度垂直样品表面但方向相反，反射出的光的偏振面的旋转方向相反，如果调整检偏镜使某一方向的磁畴反射光通过量最大，则另一方向的磁畴就会变暗。

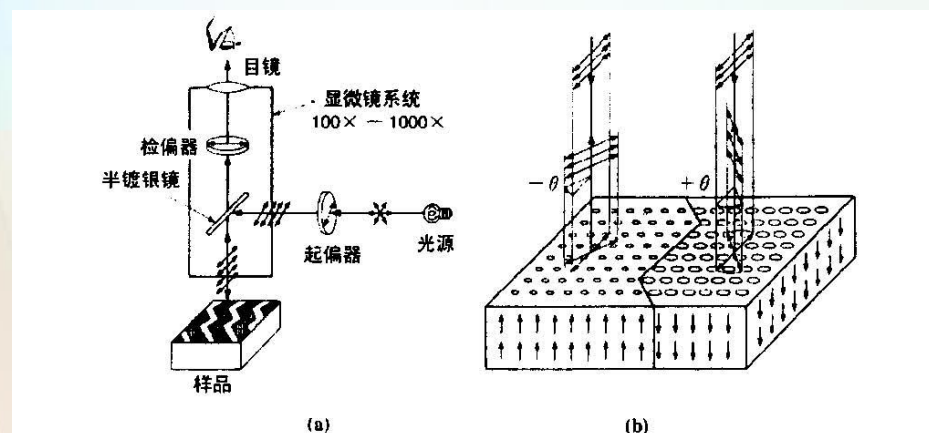
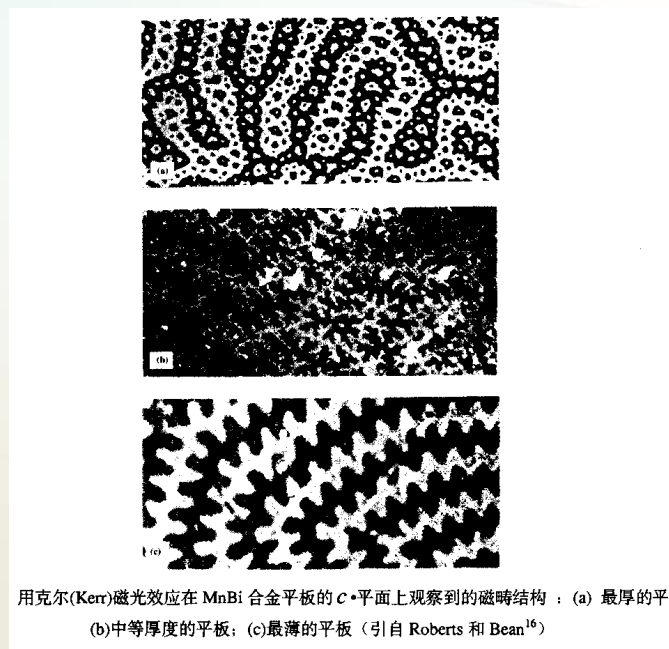


图 15.12 (a)用克尔(Kerr)磁光效应观察磁畴结构的光学显微镜
(b)从磁化强度垂直于样品表面，但方向相反的两个畴的表面，反射的偏振光的偏振面的旋转



用克尔(Kerr)磁光效应在 MnBi 合金平板的 c 平面上观察到的磁畴结构：(a) 最厚的平板
(b)中等厚度的平板；(c)最薄的平板（引自 Roberts 和 Bean¹⁶）

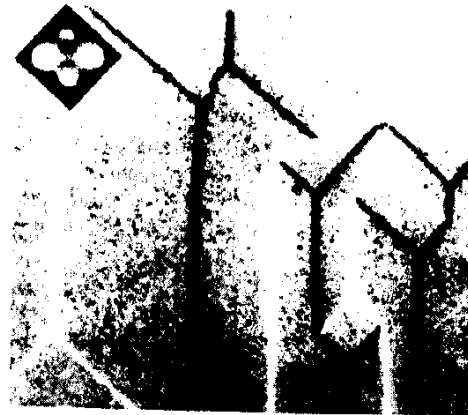
法拉第效应，是光在通过样品传播时，偏振面发生旋转的现象。此方法要求铁磁样品能透过光，如铁石榴石单晶样品。

3、洛仑兹(Lorentz)电子显微术

在磁性薄膜中，如薄膜薄到允许电子束穿过，则磁畴结构就能用电子显微镜来观察。其原理是，**由于自发磁化的存在，作用在运动电子上的洛仑兹力，使电子束产生偏转。**如果物镜从样品膜面轻微散焦，畴壁会以黑线或白线的形式出现。这种方法称为洛仑兹显微术。

其它一些方法：

- a)扫描电子显微术
- b)X射线形貌学
- c)电子全息照相术



在厚度为 2500Å 的平行于 (001) 面的铁单晶薄膜上观察到的磁畴图样和它的衍射图 (插图)

4、磁力显微镜MFM

AFM针尖在与样品表面接触时，相互作用力主要是短程的原子间排斥力，而将针尖离开样品表面一段距离时，磁力、静电力及吸引的范德华力等长程作用力就能被检测出来。MFM的工作原理同非接触模式的AFM相似，只是MFM采用的是磁性针尖；而且操作时，针尖与样品表面间距要比AFM非接触模式中的间距(5~20nm)大，一般为10~200nm。当振动的针尖接近磁性样品时，针尖与样品所产生的漏磁场相互作用而感受到磁力。

实际操作时，首先探针同样品表面接触，进行第一次扫描，获得表面形貌信息，然后抬高探针到100nm左右进行第二次扫描，测磁力信息。用表面形貌信息对磁力信息进行修正，获得真实的磁力图信息。

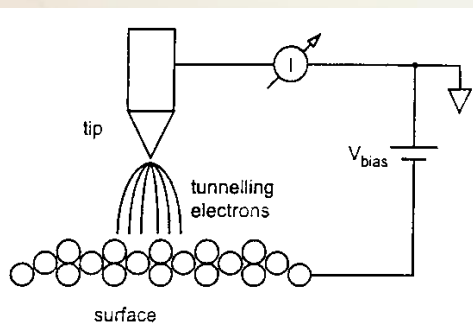


Figure 2. STM operation, schematic diagram.

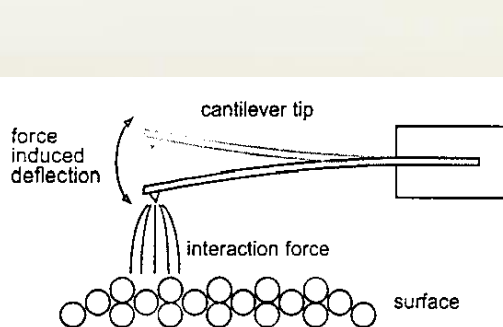
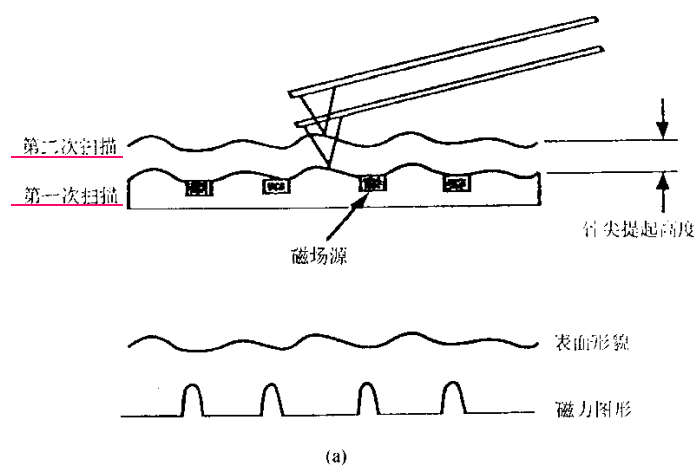


Figure 1. AFM operation, schematic diagram.



表面形貌图

表面磁力图

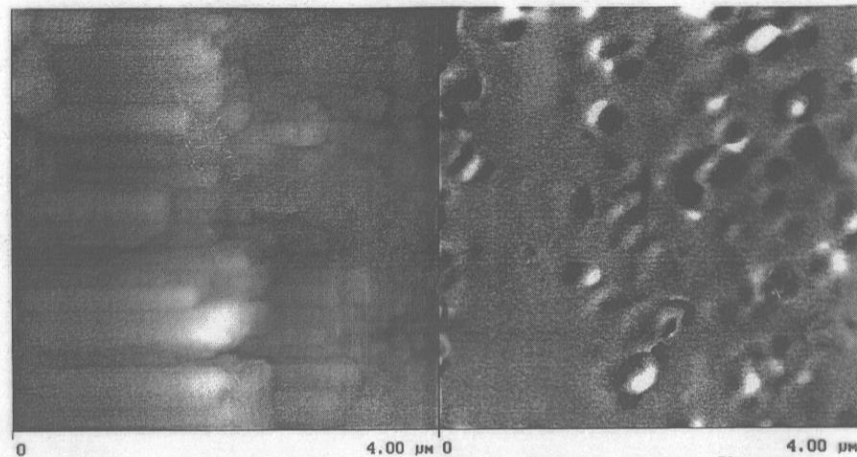
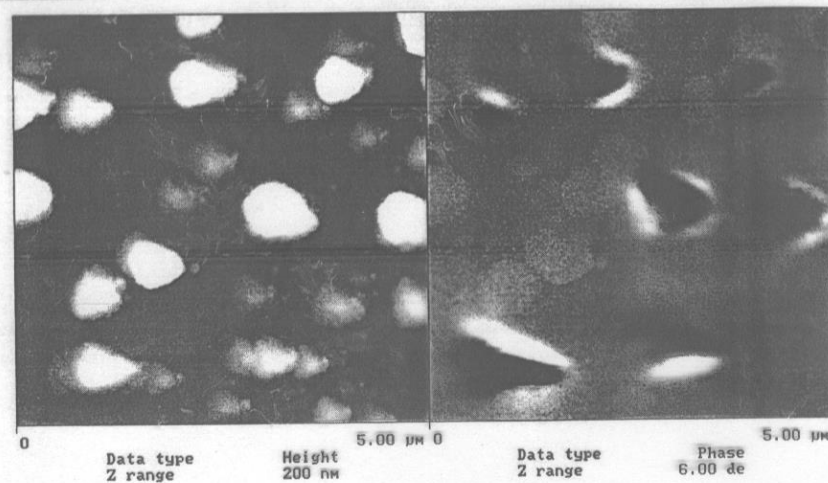


图 6 定向涂布的掺 Co,Ti 的钡铁氧体磁粉的形貌图(左图)和磁力图(右图)

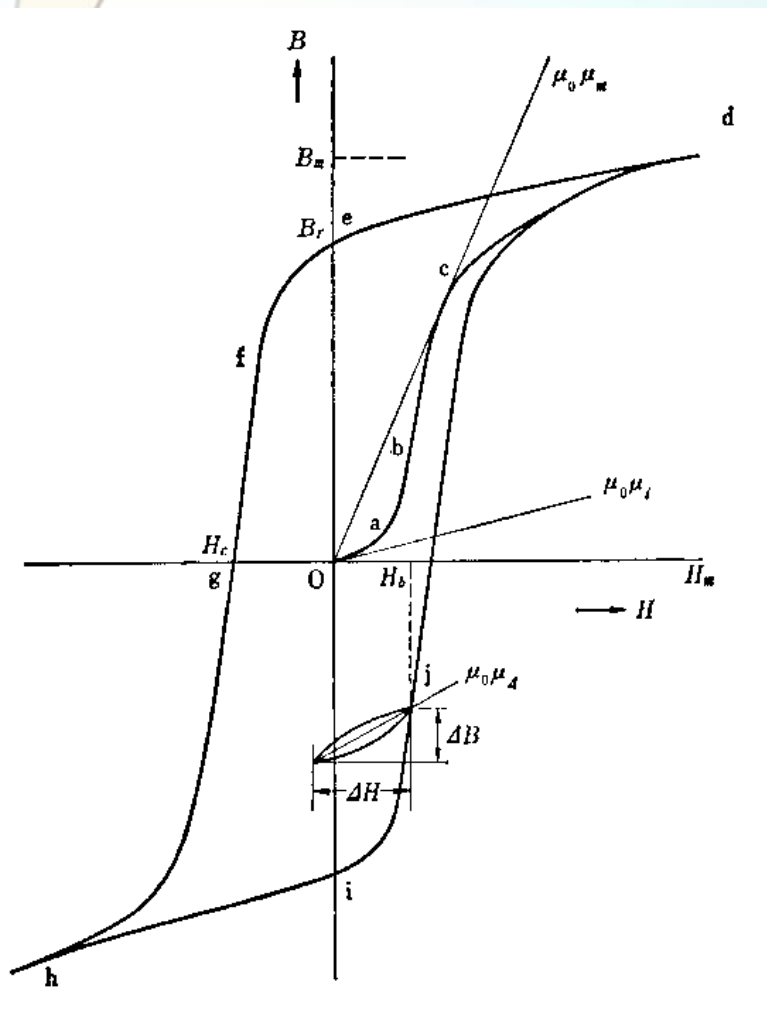


11261746.001

图 1 左图为表面形貌图, 显示在 Mn^{+} 离子注入和热处理后在 GaAs 单晶表面形成的颗粒, 内含十次准晶粒子。部分颗粒为磁性粒子, 由磁力图(右图)显示。

四、技术磁化

磁性样品在磁场增加或反向加磁场都有一些特殊的磁化过程，在材料的研究和应用中都是极其重要的。重要的磁性参数有：



磁滞回线：d e f g h i j

起始磁化曲线：o a b c d

矫顽力：o g ---- H_c

剩余磁感应强度：o e , o i --- B_r

饱和磁感应强度：od --- B_M

磁导率 μ , 起始磁导率 μ_i , 最大磁导率 μ_m

微分磁导率 $\mu_d = \Delta B / \Delta H$, 可逆磁导率 $\mu_A (\Delta H \rightarrow 0)$

$$B = H + 4\pi I, \quad B_s = H + 4\pi I_s$$

饱和磁化强度 I_s , 剩余磁化强度 I_r ,

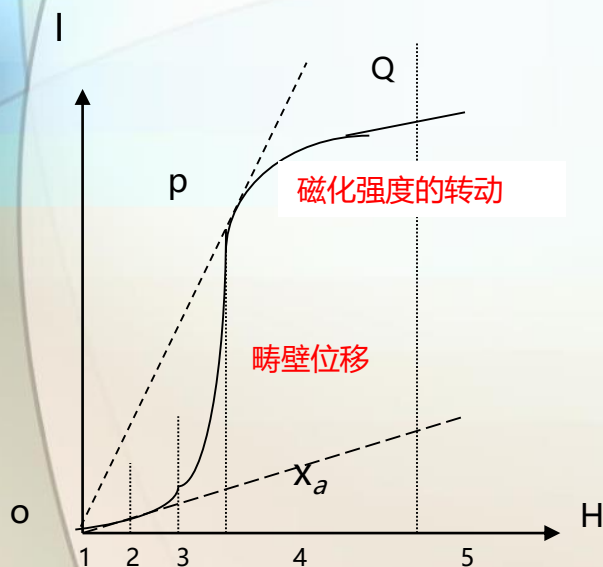
$$B = \mu H, \quad \mu = 1 + 4\pi \chi,$$

磁化率 $\chi = I / H$

1、起始磁化曲线：

样品从退磁状态开始，外加磁场从零一直加到磁化强度达到饱和 I_s 的磁化过程。退磁状态是指样品没有宏观磁化强度，所以磁化曲线是从 $I-H$ 坐标原点 O 开始。为了使样品处在退磁状态，通常采用零场下，样品从居里温度以上，逐渐降温到室温；用交流退磁的方法。

技术磁化过程，包括畴壁位移和磁畴磁化强度的转动两个过程。



(1) 起始或可逆区域： $I = \chi_a H$ 或 $B = \mu_a H$

χ_a 或 μ_a 称为起始磁化率或起始磁导率。

(2) 瑞利 (Rayleigh) 区域：

$$I = \chi_a H + \frac{1}{8\pi} \alpha H^2 \quad \text{或} \quad B = \mu_a H + \frac{1}{2} \alpha H^2$$

(3) 最大磁化率区域：磁化强度 I 和磁感应强度 B 急剧地增加，磁化率和磁导率经过其最大值 χ_m 或 μ_m ，在这个区域产生巴克豪生跳跃。

(4) 趋近饱和区域：磁化曲线缓慢地升高，最后趋近一水平线(技术饱和)，这一段过程具有比较普遍的规律性，称为趋近饱和定律(对于多晶铁磁体)。

(5) 顺磁区域-技术饱和以上的区域。高场磁化率 χ_p 。

2、畴壁位移过程：

一般铁磁体在弱场范围内的磁化过程主要是畴壁的位移过程。即接近于外磁场方向的磁畴长大，远离外磁场方向的磁畴缩小。理想完美的铁磁晶体，它内部的磁畴结构只由其外形的退磁场作用所决定，在外磁场作用下，只要其内部有效磁场不为零，磁畴壁将被驱动，直到畴结构改组到有效场等于零时才稳定下来，因此这种理想晶体的起始磁化率应为无限大。

右图表示一个立方晶系 $K_1 > 0$ 的单晶磁化过程，易轴是 $[100]$ ，磁畴有 180° 和 90° 两类。当磁场加在 $[100]$ 方向，畴壁位移结束时， I_s 在 $[100]$ 方向；当磁场加在 $[110]$ 方向，畴壁位移结束时，磁畴仍然存在，有两类磁畴，一类 I_s 在 $[100]$ 方向，另一类 I_s 在 $[010]$ 方向。进一步磁化过程即是磁畴内磁化强度的转动过程。

